



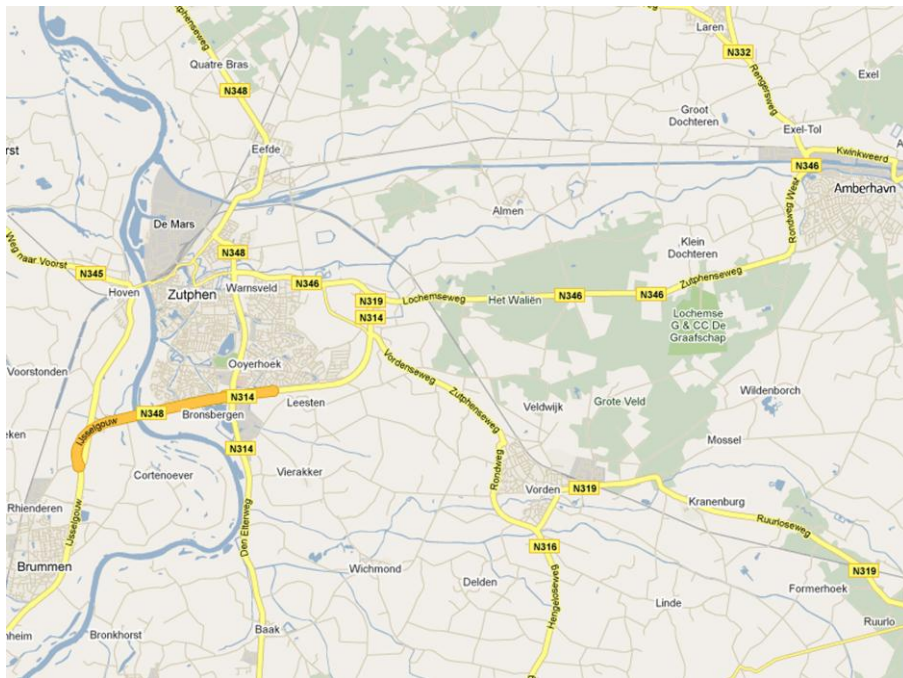
Isfahan Mathematics House
Preliminary Round Assignment
21th Mathematics A-Olympiad
November 2009

خانه ریاضیات اصفهان
دور مقدماتی
بیستویکامین
مسابقه A-لیمیاد، آذر
1388



خانه ریاضیات اصفهان

مسابقه منصفانه





سوالات این آزمون A-لیمپیا از سه سؤال مقدماتی و دو سؤال نهایی تشکیل شده است.
توصیه‌های عمومی برای کار روی سوالات:

- ابتدا به منظور این که همه کارهایی را که باید انجام دهید بدانید، کل متن را بخوانید.
- در طی کار روی بخش مقدماتی و سوالات آن، همواره نگاهی به وقت داشته باشید که برای سوالات مرحله نهایی زمان کافی برای شما باقی بماند.
- در صورت امکان، کارها در گروه را تقسیم کنید و هرگاه نیاز شد با یکدیگر بحث نمایید.
- در صورتی که کارهای خود را تقسیم کرده‌اید، قبل از شروع به کار روی سوالات مرحله نهایی، در مورد نتایج سوالات مقدماتی با هم گفت‌وگو کنید.
- برای سؤال مرحله نهایی بسیار مهم است که شما یک برنامه زمان‌بندی مستدل و توجیه‌شده واقعی ارائه کنید و ممکن است یک راه حل دوم نیز برای آن داشته باشید و آن را هم ارائه کنید.
- پاسخ به سؤال نهایی باید مستقل از پاسخ و مباحث مربوط به مباحث مقدماتی و سوالات آن بخش‌ها نوشته شود. نتایج سوالات مقدماتی را به شکل ضمیمه به برگه پاسخ سوالات نهایی اضافه کنید.

Comment [M1]: اصلاح این بخش را اصلاح. این بخش در متن پارسال بود که سوال در مورد خروج اضطراری از یک ساختمان بود، در ترجمه اصلاح شد

چیزهایی که باید ارائه دهید:

- یک برنامه زمان‌بندی مستدل، توجیه‌شده و شفاف برای سؤال نهایی، که با محاسبه و بحث‌های تحلیلی همراه باشد.
- نتایج سوالات مقدماتی به عنوان پیوست.

Comment [M2]: اصلاح شده!

ممکن است نسخه‌های کپی از پاسخ‌های شما در اختیار مصححین قرار گیرد و واضح است که این کپی‌ها باید قابل خواندن باشد؛ بنابراین خوانا بنویسید، از خودکار مشکی استفاده کنید و هرگز از مداد در کشیدن شکل‌ها استفاده نکنید. در صورت نیاز از برگه‌های پیش‌نویس استفاده کنید. (در پایان می‌بایست پیش‌نویس‌ها را نیز تحویل دهید، البته توجه کنید که مطالب نوشته شده در پیش‌نویس در ارزیابی مورد توجه قرار نمی‌گیرند)

برای ارزیابی پاسخ شما، موارد زیر مورد توجه مصححین است:

- خوانا بودن و قابل فهم بودن استدلال‌ها، و نیز شفاف بودن پاسخ‌های مرحله نهایی
- کامل بودن کل کاری که تحویل داده شده
- به‌کارگیری ریاضیات
- بحث‌ها و نحوه توجیه شما برای انتخاب گزینه‌ها (واقع‌گرایی ممکن است نقش مهمی در این بخش داشته باشد)
- سطح ارائه پاسخ‌ها
- ظاهر و نحوه ارائه، خوانا بودن، ساختار، شیوه استفاده از پیوست‌ها و غیره



لذت ببرید و موفق باشید

مسابقه منصفانه؟

معمولا در مسابقات بین باشگاه‌های ورزشی از شهرهای مختلف، باشگاه‌ها یک بار با هم بازی می‌کنند. این به این معنا است که هر تیم در طول یک فصل در تعدادی بازی خارج از خانه و در تعدادی بازی در خانه مسابقه خواهد بود.

در این مسایل، ما نگاه موشکافانه‌تری به برگزاری مسابقات مختلف خواهیم داشت.

مسایل مقدماتی- بخش اول

نگاهی به فصل 2004-2005 مسابقات جام یوفا خواهیم داشت. این مسابقات فوتبالی بین‌المللی است که توسط یوفا (اتحادیه انجمن‌های اروپایی فوتبال) برگزار می‌شود که در آن تیم‌های شرکت‌کننده به گروه‌هایی پنج‌تایی تقسیم می‌شوند تا دوبه‌دو با یکدیگر مسابقه دهند. در این مسابقات تیم‌ها یکبار با هم بازی می‌کنند. در ضمن، هر تیم در دو بازی میهمان و در دو بازی میزبان مسابقه است.

ما نگاهی به مسابقات سال 2004-2005 بین تیم‌های زیر خواهیم داشت:

تیم پارما از پارما، ایتالیا
تیم بشیکتاش از استانبول، ترکیه
تیم اتلتیکوبیلیائو از بیلپائو، اسپانیا
تیم استوا بخارست از بخارست، رومانی
تیم استاندارد لیژ از لیژ، بلژیک

جدول زمان‌بندی مسابقات این گروه به این ترتیب بود:

دور اول (21 اکتبر 2004)
2004

استوا بخارست - استاندارد لیژ
بشیکتاش - استوا بخارست
اتلتیکو بیلپائو - پارما
استوا بخارست

دور دوم (4 نوامبر 2004)
2004

پارما - استوا بخارست
بشیکتاش - استوا بخارست
بشیکتاش - اتلتیکو بیلپائو
اتلتیکو بیلپائو - استاندارد لیژ

دور سوم (25 نوامبر 2004)

استوا بخارست - بشیکتاش
استاندارد لیژ - پارما

در هر جفت تیم ذکر شده در بالا، تیم اول میزبان مسابقه بود. بنابراین در دور چهارم، بشیکتاش در خانه به مصاف استاندارد لیژ رفت.

مسافت بین این شهرها (بر حسب کیلومتر) در جدول زیر آورده شده است

	پارما	بیلپائو	بخارست	لیژ	
لیژ	2100	800	1100	1700	
بخارست	500	1300	2300	1700	



Isfahan Mathematics House
Preliminary Round Assignment
21th Mathematics A-lympiad
November 2009

خانه ریاضیات اصفهان
دور مقدماتی
بیست و یکامین
مسابقه A-لیمپیاد، آذر
1388



خانه ریاضیات اصفهان

2600	1100		2300	1100	بیلباو
1600		1100	1300	800	پارما
	1600	2600	500	2100	استانبول

مسئله 1

با توجه به این جدول مسابقات، کل مسافتی را که هر تیم لازم بوده است که مسافت کند محاسبه کنید.

در جدولی که ارائه شده بود میزان مسافت مسافرت برای همه تیمها برابر نبوده. البته ممکن بود که به طور اتفاقی برابر باشد! اما اگر همه تیمها مسافت کمابیش برابری را مسافرت می‌کردند، شما می‌توانستید مسابقات «منصفانه‌تری» ترتیب دهید.

مسئله 2

با استفاده از زمان مسافرت جدول مسابقات جدیدی بسازید که مسابقات را «منصفانه‌تر» کند. تنها چیزی که لازم است در جدول مسابقات جدید رعایت شود این است که هر دو تیم یک بار با هم مسابقه بدهند. به طور روشن گزینه‌های خود را مشخص کنید و علت انتخاب آن‌ها را بیان کنید.

مسایل مقدماتی - بخش دوم

KNVB (Koninklijke Nederlandse Voetbalbond) مسابقات فوتبال نوجوانان را در سرتاسر هلند برنامه‌ریزی می‌کند. در این مسابقات، هر تیم با هر یک از تیم‌های دیگر یک بار مسابقه می‌دهد. در این بخش از مسایل، ما به یکی از این دوره مسابقات را بررسی می‌کنیم که بین دوازده تیم F از شمال Gelderland برگزار می‌شود.



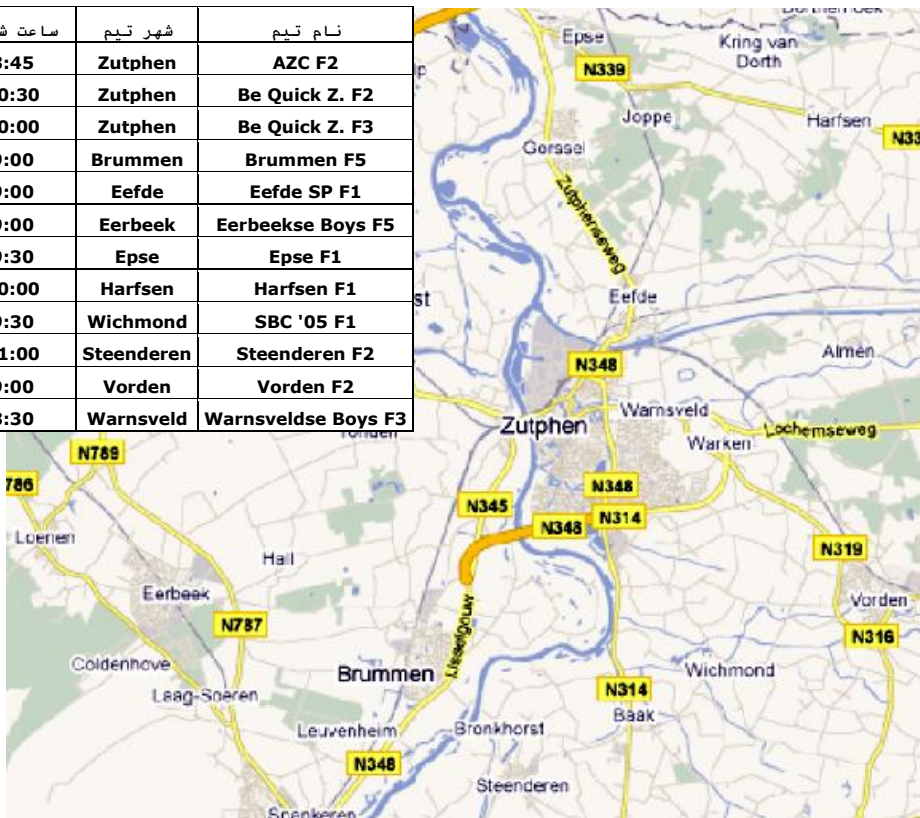
Isfahan Mathematics House
Preliminary Round Assignment
21th Mathematics A-lympiad
November 2009

خانه ریاضیات اصفهان
دور مقدماتی
بیستویکامین
مسابقه A-لیمپیا، آذر
1388



خانه ریاضیات اصفهان

ساعت شروع	شهر تیم	نام تیم
8:45	Zutphen	AZC F2
10:30	Zutphen	Be Quick Z. F2
10:00	Zutphen	Be Quick Z. F3
9:00	Brummen	Brummen F5
9:00	Eefde	Eefde SP F1
9:00	Eerbeek	Eerbeekse Boys F5
9:30	Epe	Epe F1
10:00	Harfsen	Harfsen F1
9:30	Wichmond	SBC '05 F1
11:00	Steenderen	Steenderen F2
9:00	Vorden	Vorden F2
8:30	Warnsveld	Warnsveldse Boys F3



یک تیم F از بچه‌های 7 ساله و 8 ساله تشکیل شده است. بنابراین منطقی است که والیدن بچه‌ها هم آن‌ها را همراهی کنند. حمل و نقل (معمولاً) با اتوموبیل انجام می‌شود اما برای مسافت‌های (خیلی) نزدیک ممکن است دوچرخه به جای آن استفاده شود.

برنامه زمان‌بندی زیر پیشنهاد شده است:

جدول 1، برنامه مسابقات

میهمان												تیم میزبان
Warnsveldse Boys F3	Vorden F2	Steenderen F2	SBC '05 F1	Harfsen F1	Epe F1	Eerbeekse Boys F5	Eefde SP F1	Brummen F5	Be Quick Z. F3	Be Quick Z. F2	AZC F2	
-	-	-	-	-	-	5	4	3	2	1	*	AZC F2
-	-	-	-	-	7	6	5	4	3	*	-	Be Quick Z. F2
-	-	-	-	9	8	7	6	5	*	-	-	Be Quick Z. F3
-	-	-	11	10	9	8	7	*	-	-	-	Brummen F5
-	-	2	1	11	10	9	*	-	-	-	-	Eefde SP F1
-	4	3	2	1	11	*	-	-	-	-	-	Eerbeekse Boys F5
1	5	4	3	2	*	-	-	-	-	-	6	Epe F1
3	6	5	4	*	-	-	-	-	-	8	7	Harfsen F1
5	7	6	*	-	-	-	-	-	10	9	8	SBC '05 F1



*Isfahan Mathematics House
Preliminary Round Assignment
21th Mathematics A-lympiad
November 2009*

خانه ریاضیات اصفهان
دور مقدماتی
بیستویکامین
مسابقه A-لیمپیاد، آذر
1388



خانه ریاضیات اصفهان

7	8	*	-	-	-	-	-	1	11	10	9	Steenderen F2
9	*	-	-	-	-	-	3	2	1	11	10	Vorden F2
*	-	-	-	-	-	10	8	6	4	2	11	Warnsveldse Boys F3

توضیح: در این جدول زمان بندی می‌توانید مشاهده کنید که در کل، دوازده تیم حضور دارند که هر کدام با دیگری یک بار مسابقه می‌دهند. بنابراین هر یک از تیم‌ها یازده مسابقه می‌دهند. اعداد در جدول مشخص‌کننده نوبت بازی هستند: همان‌طور که می‌بینید در دور اول AZC F2 در خانه به مصاف Be Quick Z F2 می‌رود و در دور هفتم Eefde SP F1 مهمان Brummen F5 است.

از آنجا که هر تیم یازده مسابقه می‌دهد، ممکن نیست که تعداد مسابقاتی که هر تیم می‌زبان و میهمان است مساوی شود. شما می‌توانید تلاش کنید که مسابقات تا حد ممکن منصفانه باشد؛ برای مثال، همه تیم‌ها در شش بازی میهمان و در پنج بازی می‌زبان باشند و یا در شش بازی می‌زبان و در پنج بازی میهمان باشند.

از **بخش اول** می‌دانیم که زمان مسافرت هم می‌تواند در برنامه‌ریزی منصفانه مسابقات نقش داشته باشد. زمان مسافرت (به دقیقه برای مسافرت با اتوموبیل) بین مراکز ورزشی که تیم‌ها در آن‌ها مسابقات خانگی خود را برگزار می‌کنند در جدول بعدی آورده شده است:



جدول 2، مسافت مسافرت با اتوموبیل به دقیقه

Warnsveldse Boys F3	Vorden F2	Steenderen F2	SBC '05 F1	Harfsen F1	Epse F1	Eerbeekse Boys F5	Eefde SP F1	Brummen F5	Be Quick Z. F3	Be Quick Z. F2	AZC F2	
12	21	22	19	24	17	32	7	17	10	10	*	AZC F2
11	17	14	10	27	20	32	9	15	0	*	10	Be Quick Z. F2
11	17	14	10	27	20	32	9	15	*	0	10	Be Quick Z. F3
23	27	16	27	38	31	20	21	*	15	15	17	Brummen F5
11	20	21	18	19	12	35	*	21	9	9	7	Eefde SP F1
40	43	32	38	38	26	*	35	20	32	32	32	Eerbeekse Boys F5
21	30	31	28	14	*	26	12	31	20	20	17	Epse F1
26	33	38	33	*	14	38	19	38	27	27	24	Harfsen F1
18	13	13	*	33	28	38	18	27	10	10	19	SBC '05 F1
22	23	*	13	38	31	32	21	16	14	14	22	Steenderen F2
18	*	23	13	33	30	43	20	27	17	17	21	Vorden F2
*	18	22	18	26	21	40	11	23	11	11	12	Warnsveldse Boys F3

برنامه مسابقات جدول 1 فقط تعداد بازی‌های خانگی و خارج از خانه را در نظر گرفته است. این قطعاً به حالت‌های نامطلوب زیادی ممکن است بیانجامد: تیم‌هایی مجبور هستند که تعداد مسابقات زیادی را به طور متوالی میزبان باشند، تیم‌هایی که باید زیاد مسافرت کنند و غیره.

مسئله 3

زمان‌بندی مسابقات ارائه شده در جدول 1 را بهبود دهید تا مسابقات تا حد ممکن منصفانه بشود. تمام پارامترهایی را که شما به حساب آورده‌اید توصیف کنید و نشان دهید چه‌طور از آن‌ها استفاده کرده‌اید.

به دلایل اجرایی، KNVB تصمیم می‌گیرد که مسابقات F را در شمال Gelderland به دو زیرگروه شش‌تیمی تقسیم کند. در این زیرگروه‌ها هر دو تیم هم‌چنان با هم یک بار بازی می‌کنند.

مسایل نهایی - بخش سوم

مسئله 4

تحقیق کنید که به چه صورتی می‌توان به بهترین شکل تقسیم به دو زیرگروه را تشکیل داد که در نهایت به مسابقاتی تا بیشترین حد ممکن منصفانه بیانجامد. دلایل و معیارهایی را که استفاده کردید توضیح دهید. در نهایت منصفانه‌ترین جدول زمان‌بندی مسابقات هر یک از این دو زیرگروه را ارائه کنید.

مسئله 5

به طور روشن دستورالعملی برای KNVB (یا هر تشکیلات دیگری که مسابقاتی را برگزار می‌کند که هر دو تیم یک بار به مصاف یکدیگر می‌روند) ارائه کنید که با پیروی از آن، منصفانه‌ترین جدول زمان‌بندی مسابقات حاصل شود. به ذهن داشته باشید که تعداد تیم‌ها ممکن است تغییر کند. دقت کنید که توصیف شما بیش از یک برگه A4 نباشد.