

خلاصه:

بررسی شانس و اقبال در ورزش

توجه:

این تکلیف مانند بیش تر مسایل قبلی، یک مسئله باز نیست. اطلاعات تکمیلی از طریق اینترنت قابل دستیابی است.

مقدمه

مسابقات ورزشی زیادی برگزار می شود که مسابقات انجام شده بین تیم های مختلف باعث رتبه بندی آنها می شود. مواقع زیادی وجود دارد که تیم مورد علاقه در مسابقات گروهی دچار مشکلاتی می شود و نمی تواند در مسابقه (نیمه) نهایی حاضر شود. هر چه اختلاف بین تیم ها کم تر باشد و نقش بروز شانس در آن ورزش بیش تر باشد، احتمال وقوع چنین شرایطی بیش تر می شود. این موضوع روشن است که شانس در بعضی از مسابقات ورزشی نسبت به بعضی دیگر نقش مهم تری را ایفا می کند.

در این تکلیف، قصد داریم نقش شانس را در ورزش مورد بررسی قرار دهیم. با بررسی نقش عامل شانس در نتایج نهایی یک گروه (از تورنمنت های گذشته)، شاید بتوانیم درجه اهمیت شانس را برای ورزش های مختلف دسته بندی کنیم.

توضیح بیش تر: اگرچه نتایج با قدرت نسبی تیم ها و تفاوت تیم های شرکت کننده تغییر می کند اما به هر حال همواره اثر شانس - کم یا زیاد- وجود دارد.

شما می توانید دو حالت حدی را در نظر بگیرید. در یک حالت فقط قدرت های نسبی تیم ها در نظر گرفته شود. یک رده بندی قدرت بین تیم های شرکت کننده وجود دارد و تیم قوی همیشه باید تیم ضعیف را برد. شانس در این جا نقشی ندارد. حالت برعکس هم این است که همه چیز با شانس تعیین شود. در هر مسابقه، هر یک از دو تیم دارای شانس برد برابر هستند.

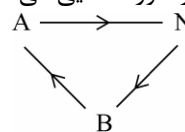
حالت واقعی بین این دو حالت حدی قرار دارد. یک مسابقه به حالت اول نزدیک تر است، مسابقه دیگر به حالت دوم. تیم قوی تر لزوماً تیم ضعیف تر را نمی برد اما با احتمال بیش تری (بسته به قدرت نسبی تیم ها) برنده خواهد شد. اثر بیش تر شانس موجب افزایش نتایج دور از انتظار شده و بنابراین جذابیت مسابقات را بالا می برد. اما افزایش اثر قدرت تیم ها بر نتایج به نظر عادلانه تر است.

دورها

در بسیاری از مسابقات ورزشی، ابتدا تیم ها گروه بندی شده و بخش بزرگی از مسابقه به شکل گروهی انجام می شود، سپس تیم های منتخب گروه ها مسابقات را به شکل تک-حذفی در یک چهارم نهایی، نیمه نهایی و نهایی ادامه می دهند.

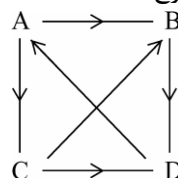
بررسی ما بر دوره گروهی مسابقات است که در آن هر دو تیم با هم یکبار مسابقه می دهند. نتایج مسابقات جام جهانی فوتبال و مسابقات والیبال جهانی زنان در سایت www.fi.un.nl/Alympiade/en برای بررسی وجود دارد.

در گروه D جام جهانی فوتبال ۱۹۹۴، می بینیم آرژانتین از نیجریه می برد. نیجریه از بلغارستان می برد و بلغارستان، آرژانتین را شکست می دهد. چنین حالتی در یک گروه را دور سه تایی می نامیم. ما می توانیم به این شکل این حالت را نشان دهیم.



→ یعنی برد

به صورت تئوری ممکن است سه دور در یک گروه چهارتیمی رخ دهد.



تمرین ۱

همه مسابقات جام جهانی فوتبال ۱۹۹۴ و مسابقات والیبال جهانی زنان را بررسی کنید. ببینید چند گروه فاقد دور سه تایی است، چندتا دقیقاً یک دور سه تایی دارد و چندتا دارای دو دور سه تایی است. آیا از این نظر تفاوتی بین فوتبال و والیبال هست؟

وجود دور برخلاف ایده وجود قوی ترین تیم است و بر مدل شانس بیش تر تطابق دارد. برای این که ببینیم آیا مدل شانس می تواند وقوع دور را توجیه کند، دو راه وجود دارد:

الف) شبیه سازی ب) تئوری

دورها و شبیه‌سازی

تعداد دورهای سه‌تایی در نتایج گروهی می‌تواند بیان‌گر میزان تاثیر شانس یا قوت تیم‌ها در مسابقه است. سوال این است که چه تعداد دور سه‌تایی در مسابقاتی که کاملاً شانسی باشد مورد انتظار است. یک راه بررسی این موضوع این است که تعداد زیادی از این نتایج را شبیه‌سازی کرد. شبیه‌سازی به این معنا است که نتیجه هر مسابقه (برد، باخت یا تساوی) به کمک انداختن تاس، سکه یا استفاده از اعداد تصادفی تعیین می‌شود.

تمرین ۲

الف) ابتدا فرض کنید که مساوی رخ نمی‌دهد. تعدادی از حالاتی که برای نتایج گروه ممکن است در یک شبیه‌سازی (که در آن تیم‌ها دارای شانس برابر برای برد هستند) تعیین کنید. در نتایج شبیه‌سازی شده برای گروه‌ها، ببینید گروه‌های بدون دور سه‌تایی، یک دور سه‌تایی و چند گروه دارای دو دور سه‌تایی هستند. این کار را برای حداقل ۲۵ گروه انجام دهید.

ب) دور چهارتایی نیز ممکن است در مسابقات گروهی رخ دهد. A از B ببرد، C از B ببرد، C از D ببرد و D از A ببرد. معلوم شده است که رخ دادن یک دور چهارتایی در یک نتایج گروه شبیه رخ دادن دو دور سه‌تایی در یک گروه است. نشان دهید که این سخن درست است.

ج) حال فرض کنید تساوی بین تیم‌ها نیز مجاز است. احتمال تساوی را $\frac{2}{9}$ در نظر بگیرید (از درصد وقوع تساوی در مرحله گروهی جام جهانی ۱۹۹۴ به دست آمده است). باز فرض کنید در هر مسابقه دو تیم دارای شانس برد برابرند. تعدادی نتیجه برای گروه‌ها شبیه‌سازی کنید. در نتایج شبیه‌سازی شده برای گروه‌ها، ببینید گروه‌های بدون دور سه‌تایی، یک دور سه‌تایی و چند گروه دارای دو دور سه‌تایی هستند.

دورها و تئوری

با جستجوی سیستماتیک بین همه حالت‌های ممکن، تعداد دورهای سه‌تایی مورد انتظار در مسابقات، وقتی نتایج فقط با شانس تعیین می‌شوند، می‌تواند با دقت بیش‌تری محاسبه شود.

تمرین ۳

الف) به چند طریق می‌توانید ۶ نتیجه را به تیم‌های یک گروه ۴ تیمی نسبت دهید اگر مساوی مجاز نباشد؟

ب) همچنان فرض کنید مساوی مجاز نیست. اگر هر برد یک امتیاز داشته باشد، توزیع امتیازها در یک گروه (رتبه‌ها) به چه شکلی است (آن‌ها را بر اساس کاهش امتیازها مرتب کنید).

با چه توزیع‌هایی از امتیازها، گروه دارای دور خواهد بود؟ با کدام‌ها، دور نخواهد داشت؟

احتمال رخداد نتایج بدون دور چقدر است؟

احتمال این که هیچ دوری در ۴ گروه رخ ندهد چقدر است؟

ج) حال فرض کنید تساوی نیز مجاز است. فرض کنید هر تیم با احتمال p ($p < \frac{1}{4}$) می‌برد. بنابراین احتمال تساوی برابر است با

$$q = 1 - 2p$$

احتمال رخ دادن یک دور در گروهی با سه تیم چقدر است؟ در یک گروه با چهار تیم، احتمال رخ دادن هیچ، یک یا دو دور مشکل‌تر است.

اگرچه این احتمال‌ها می‌تواند تعیین شود:

احتمال رخ ندادن دور: $1 - 8p^3 + 12p^5$

احتمال رخ دادن یک دور: $8p^3 - 24p^5$

احتمال رخ دادن دو دور: $12p^5$

آیا می‌توانید این‌ها را با نتایج مسابقات رخ داده و نیز نتایج شبیه‌سازی‌ها که در بخش قبلی و زمانی که مساوی مجاز بود، انجام دادید مقایسه کنید؟

تمرین ۴

الف) والیبال مسابقاتی سریع‌تر نسبت به فوتبال است. اتفاقات بیش‌تری در آن رخ می‌دهد و تعداد ست‌های بیش‌تری دارد. اگر مسابقه‌ای کندتر بود، می‌توانستید تصور کنید که هر ست در یک مسابقه باید انجام می‌شد. نتایج ست اول ۴ گروه والیبال زنان را بررسی کنید (و ببینید چند دور رخ داده است) و ببینید نتایج چگونه می‌شد.

حال به واقعیت نگاه می‌کنیم. تیمی که در ۵ ست بهتر بوده است (تیمی که زودتر سه ست را برده است)

ب) اگر تیم B از تیم A قوی‌تر باشد، یعنی A در هر ست با احتمال p (مثلاً $\frac{2}{3}$) برنده می‌شود (و B با احتمال $1-p$). احتمال برد A در یک مسابقه چقدر است؟

تمرین ۵

حال به نتایج گروهی با تنها سه باشگاه A ، B و C می‌پردازیم و فرض می‌کنیم مساوی غیرمجاز است. از نتایج بازی‌های گذشته که در آن، باشگاه‌های دیگری به جز A ، B و C نیز شرکت داشته‌اند، نتیجه‌گیری شده است که احتمال برد A از B برابر $\frac{3}{4}$ بوده و احتمال برد B از

C نیز $\frac{3}{4}$ بوده است. آیا می‌توان چیزی در مورد احتمال برد A از C گفت؟

فرض کنید احتمال برد A از C برابر p است و یا عددی مناسب به عنوان p فرض کنید.

احتمال رخ دادن دور چقدر است؟

احتمال برنده شدن A چقدر است؟

تمرین ۶

گاهی قدرت یک تیم با یک شکل فرضی بیان می‌شود. هر چه آن شکل بلندتر باشد، آن باشگاه قوی‌تر است. اگر این کار برای تعدادی از باشگاه‌ها انجام شود، یک رتبه‌بندی برای تیم‌ها به دست می‌آید که به نظر می‌رسد دوری در آن رخ نمی‌دهد.

اما در واقع این شکل‌ها تنها احتمال برد باشگاه‌های قوی‌تر در برابر باشگاه‌های ضعیف‌تر را مشخص می‌کنند.

اگر شکل فرضی a به باشگاه A و شکل b به باشگاه B نسبت داده شده باشد، آیا می‌توانید روشی ارائه کنید که در مورد احتمال برد A یا B در مورد یک بازی مشخص چیزی بگویید؟

نتیجه‌گیری

تعیین کنید که شما چگونه تورنمنتی ۲۴ تیمی را برگزار می‌کنید. از نتایج کارهایی که کردید استفاده کنید. همچنین از عواملی مثل جذابیت، عدالت در نتایج و یا هر مشخصه خاص ورزش مورد نظر نسبت به سایر ورزش‌ها استفاده کنید.