

مقدمه

در ساخت چهارراه‌ها مثل پیاده‌رو، مسیر دوچرخه، اتوموبیل، خطوط مترو یا قطارهای باری، یک فرد باید به پارامترهای زیادی توجه کند. کوتاه‌ترین راه، لزوماً ارزان‌ترین راه نیست و در بیش‌تر موارد، در تضاد به محیط زیست است. بحث به نفع یا علیه حالات ممکن معمولاً با دشواری‌های زیادی همراه است. در این تمرین می‌خواهیم یک راه حل دیگر کمی با ابزارهای ساده ریاضی بیابیم.

پیاده‌رو

در شهر *Waterbroek* پارکی در کنار مرکز خرید قرار دارد. از محله *Groenzicht* با چند دقیقه پیاده‌روی در پارک می‌توان به مرکز خرید رسید. یک نقشه از پارک در ضمیمه ۱ آورده شده است. پارک از چمن با بخش‌های گل‌کاری شده، یک حوضچه و یک زمین بازی تشکیل شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید راه‌های زیادی برای رفتن از *A* (محله مورد اشاره) به *B* (مرکز خرید) وجود دارد. از آن‌جا که هر فرد راه مورد علاقه خود را انتخاب کرده و حرکت می‌کند، آسیب زیادی به چمن و گل‌کاری‌ها رسیده است. شهرداری تصمیم گرفته است یک مسیر پیاده‌رو در پارک ایجاد کند. برای جلوگیری از انتخاب راه‌های دیگر توسط پیاده‌ها، این راه باید (تقریباً) کوتاه‌ترین راه ممکن باشد. این مسیر از میان گل‌کاری‌ها، حوضچه و محل بازی نمی‌تواند عبور کند. سوال برای شما این است: مسیر این راه چگونه باید باشد؟ مسیر پیاده‌رو، یک مسیر شریزی شده به عرض ۳ متر است. (در محل‌های پیچش، این عدد کمی تغییر می‌کند)

(الف) کوتاه‌ترین (یا یکی از کوتاه‌ترین) مسیرها از *A* به *B* را بیابید و در مورد روش خود که شما را به این مسیر رسانده است توضیح دهید.

در واقع مسئله برای شهرداری بسیار مشکل‌تر است. زمین همه‌جا مشابه نیست. بسته به زمین، قیمت می‌تواند بیش‌تر باشد. روی ماسه، هر مترمربع زمین $50f$ ، بر خاک رس $150f$ و بر خاک آلی $250f$ هزینه دارد. (جنس زمین‌ها در ضمیمه ۱ آمده است) همچنین می‌توان گل‌کاری را جابه‌جا کرد و یا یک پل روی حوضچه ساخت. جابه‌جا کردن گل‌کاری $500f$ برای هر متر مربع هزینه دارد. پل با عرض ۲ متر (حداقل عرض) $2000f$ برای هر متر هزینه دارد.

(ب) ارزان‌ترین (یا یکی از ارزان‌ترین) مسیرها از *A* به *B* را بیابید.

مسافران می‌خواهند از *A* به *B* در کوتاه‌ترین زمان ممکن بروند. شهرداری می‌خواهد تا حد ممکن ارزان باشد.

(ج) مسیر تقریباً بهینه را تعیین کنید که به هر دو هدف توجه شده باشد. دلایل خود را برای انتخاب این مسیر به گونه‌ای که هر دو هدف ارضا شده باشد، به روشنی بیان کنید.

بزرگراه

در این سال‌ها بحثی مبنی بر ساخت یک بزرگراه بین *Nijmegen* و *Eindhoven* مطرح شده است. در نقشه ضمیمه شده به روشنی مشاهده می‌کنید که راه‌های فعلی دارای تقاطع‌های زیادی است. ترافیک زیاد موجب شده که این محل‌ها به گلوگاه‌های جدی تبدیل شوند. به علاوه این محله‌ها به خصوص در نزدیکی خیابان، به محل‌هایی نامناسب برای زندگی تبدیل شده‌اند.

در تصمیم‌گیری برای محل جدید بزرگراه، بایستی اهمیت پارامترهای زیادی را تعیین کرد. یکی از این عوامل قطعاً تقاطع‌های سریع است. یکی دیگر نزدیکی به منطقه مسکونی است: به دلیل پتانسیل اقتصادی و صنعتی، نباید از آن دور باشد و به خاطر دارای آلودگی صوتی است و حفظ طبیعت (محیط طبیعی، چشم‌انداز طبیعی) نباید خیلی هم نزدیک باشد. زمینی که بر آن بزرگراه ساخته می‌شود (رس، ماسه)، محدودیت تعداد تقاطع‌های غیرهم‌سطح (وقتی با یک جاده دیگر برخورد می‌کند) و پل‌ها، هزینه آزادسازی زمین‌ها، راه‌های کوچک دسترسی از محل‌های مختلف به بزرگراه. همچنین میزان بار ترافیکی که این بزرگراه از سایر راه‌ها خواهد کاست می‌تواند نقش داشته باشد. از شما خواسته می‌شود کار مطالعات مقدماتی این کار را انجام دهید که در تصمیم‌گیری نهایی نقش مهمی دارد. یک گزارش برای مطالعات مقدماتی بنویسید که حداقل دارای موارد زیر باشد:

- زمان طی مسیر (با ماشین) از *Eindhoven* به *Nijmegen* را در شرایط فعلی محاسبه کنید.
- از گروه‌های تحقیقاتی مختلفی خواسته شده است که برای مسیر جدید پیشنهاد ارائه کنند. یکی از این گروه‌ها بنیاد حفاظت از طبیعت است. این گروه پیشنهادی ارائه می‌کند که بیش‌ترین مساعدت را با طبیعت داشته باشد اما این بنیاد می‌داند که گروه‌های دیگری نیز در این زمینه فعال هستند. به همین دلیل آن‌ها چندین گزینه را بررسی می‌کنند. شورای شهر *Eindhoven* و

Nijmegen نیز دو گروه تحقیقاتی دیگر تشکیل داده‌اند. یک گروه برای این که سریع‌ترین راه ممکن را بیابد و گروه دیگر برای این که ارزان‌ترین راه را تعیین کند (فاز صفر). هر دو گروه نیز دقت دارند که گروه‌های دیگری نیز در این زمینه فعال هستند.

- در نهایت بایستی یک تصمیم‌گیری نهایی در مورد مسیر بزرگ‌راه انجام شود. گزینه‌ای که انتخاب می‌شود بایستی گزینه کاملاً متوازی باشد: این گزینه باید در بیش‌ترین تطابق با معیارهای موثر در انتخاب مسیر مناسب باشد. این خود می‌تواند منتهی به نیاز به بررسی یک یا چند گزینه دیگر شود.

در مورد یک وزن‌دهی (عددی) قابل بحث/دفاع معیارهای درگیر تصمیم‌گیری کنید و به همراه آن، یک مشاوره مناسب برای مسیری که باید انتخاب شود ارائه کنید. سعی کنید حساسیت این راه را به وزن‌دهی خود تعیین کنید یعنی آیا با تغییر اندکی در معیارهای مختلف، محل راه تغییر فوری می‌کند؟

ضمیمه ۲

سرعت رانندگی

type of road		'normal' hours	peak hour*
provincial road	in town-area	50 km/h	40 km/h
	with service-roads alongside	70 km/h	50 km/h
	outside town-area	80 km/h	70 km/h
motorway	maximum speed (mostly on circular roads around a city)	100 km/h	80 km/h
	maximum speed	120 km/h	90 km/h
traffic-light-crossings	chance for red light	30%	70%
	waiting-time at red light	1 minute	3 minutes

(* ساعات با ترافیک زیاد)

ضمیمه ۳

قیمت سازه‌های تقاطع‌ها (به میلیون گیلدر)

sort of track of motorway	altitude with regard to ground level	type of crossing	crossing infrastructure being a polder road - provincial road - motorway		
			4 mill	8 mill	16 mill
lowered	- 6.0 m	flyover	4 mill	8 mill	16 mill
half-lowered	- 3.0 m	flyover	6 mill	12 mill	24 mill
at ground level	+ 1.0 m	flyover	8 mill	16 mill	32 mill
at ground level	+ 1.0 m	tunnel	20 mill	40 mill	80 mill
dike	+ 7.0 m	through-way	7 mill	14 mill	28 mill

قیمت یک مسیر ۲×۲ بزرگ‌راه، نرده‌های حفاظ بر حسب کیلومتر

sort of track	costs
at ground level	25 mill/km
dike	40 mill/km
flyover = 20 - 40 meter	80 mill/km
flyover = 100 meter	120 mill/km
half-lowered open tunnel	80 mill/km
completely lowered open tunnel	140 mill/km
tunnel, constructed from ground level	180 mill/km
sailed in and sunk tunnel	190 mill/km
bored tunnel (2 times diameter of 12 meter)	220 mill/km
slip-roads and exits: 4 per junction	15 mill per junction
* extra lane on ground level	5 mill/km