



(لطفاً پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه کنید)

(۱) همه اعداد صحیح از ۱ تا ۲۰۱۰ به ترتیبی دلخواه دور دایره‌ای نوشته شده‌اند. با حرکت در جهت عقربه‌های ساعت، اعداد به نوبت بزرگ و کوچک می‌شوند. ثابت کنید که تفاضل دو عدد صحیح مجاور، عددی زوج است. [۳ امتیاز]

(۲) مستطیلی با ۱۰ خط افقی و ۱۰ خط عمودی به گونه‌ای به ۱۲۱ خانه تقسیم شده است که محیط ۱۱۱ خانه عددی صحیح است. ثابت کنید که محیط ۱۰ خانه مابقی نیز عددی صحیح است. [۴ امتیاز]

(۳) کرم بالغ یک متر طول دارد. اگر کرمی بالغ باشد، می‌توان آن را به دو قسمت (با نسبت طول دلخواه) تقسیم کرد، تا دو کرم جدید به وجود آیند. هر یک از آن‌ها بلافاصله با سرعت یک متر بر ساعت شروع به رشد می‌کند. وقتی طول کرمی یک متر می‌شود، رشد آن متوقف می‌شود و بالغ می‌گردد. آیا ممکن است از یک کرم بالغ در کم‌تر از یک ساعت، ۱۰ کرم بالغ به دست آورد؟ [۵ امتیاز]

(۴) یک چهارضلعی محدب داده شده است. هر قطر آن را به دو مثلث متساوی‌الساقین تقسیم می‌کند. هر دو قطر با هم آن را به چهار مثلث متساوی‌الساقین تقسیم می‌کند. آیا این چهارضلعی حتماً مربع است؟ [۵ امتیاز]

(۵) اژدهایی یک شوالیه را زندانی کرده و ۱۰۰ سکه متمایز به او داده است، که نیمی از آن‌ها جادویی هستند (فقط اژدها می‌داند که کدام سکه‌ها جادویی هستند). هر روز شوالیه همه سکه‌ها را به دو دسته تقسیم می‌کند (که لزوماً مساوی نیستند). اگر دو دسته دارای تعداد مساوی از سکه‌های جادویی یا دارای تعدادی مساوی از سکه‌های معمولی باشند، آن‌گاه اژدها شوالیه را آزاد می‌کند. آیا شوالیه حتماً می‌تواند در کم‌تر یا مساوی با

الف) ۵۰ روز آزاد شود؟ [۲ امتیاز]

ب) ۲۵ روز آزاد شود؟ [۳ امتیاز]



(The result is computed from the three problems with the highest scores.)

points problems

- 3 1. Along a circle, all integers from 1 to 2010 have been written in some order.
When moving clockwise, the integers increase and decrease in turn. Prove that the difference of some two neighbouring integers is even.
- 4 2. A rectangle is divided into 121 rectangular cells by 10 vertical and 10 horizontal lines so that some 111 cells have integer perimeters. Prove that the remaining ten cells also have integer perimeters.
- 5 3. A grown-up worm is 1 meter long. If a worm is grown-up, one can dissect it into two parts (with an arbitrary ratio of lengths) so that two new worms arise. Each of them immediately starts to grow at a speed of one meter per hour. When the length of a worm reaches 1 meter, it stops growing and becomes grown-up. Is it possible to obtain 10 grown-up worms from a single grown-up worm less than in an hour?
- 5 4. Given a convex quadrilateral. Each diagonal divides it into two isosceles triangles. Two diagonals together divide it into four isosceles triangles. Is this quadrilateral necessarily a square?
- 2 5. A dragon imprisoned a knight and gave him 100 distinct coins, half of which are magic (only the dragon knows which coins are magic). Every day the knight splits all coins into two piles (not necessarily equal). If two piles include an equal number of magic coins or an equal number of ordinary coins, then the dragon frees the knight. Can the knight get free for sure in no more than
 - a) 50 days?
 - b) 25 days?