

به نام خدا
چهارمین مسابقه آمار دانش‌آموزی اصفهان

از چهار سؤال زیر فقط دو سؤال را انتخاب کنید و به همراه تیم خود، جواب را در دفترچه مخصوص (هر یک را در صفحه جداگانه) بنویسید.

سؤال اول:

الف) اگر انحراف معیار داده‌های حقیقی $x_1, x_2, x_3, x_4, 25$ برابر صفر باشد، آنگاه میانگین داده‌های حقیقی $x_1, x_2, x_3, x_4, 50$ را پیدا کنید.

ب) میانگین N داده حقیقی برابر با N است. میانگین یک زیرمجموعه M تایی از آن‌ها برابر M شده است. میانگین $N-M$ داده باقیمانده را پیدا کنید.

[6 امتیاز]

سؤال دوم:

تعداد ترتیب‌های قرارگرفتن n شیئی متمایز به‌گونه‌ای که هیچ‌یک در جای خود قرار نگیرد را پیدا کنید.

[6 امتیاز]

سؤال سوم:

زن و شوهر جوانی انتظار دارند در آینده سه فرزند داشته باشند.

الف) احتمال این‌که هر 3 فرزند آن‌ها در یک فصل سال متولد شوند چیست؟

ب) احتمال این‌که دو فرزند آن‌ها در یک فصل و فرزند دیگر در فصلی دیگر متولد شوند، چیست؟

ج) احتمال این‌که سه فرزند آن‌ها در سه فصل متفاوت متولد شوند، چیست؟

[8 امتیاز]

سؤال چهارم:

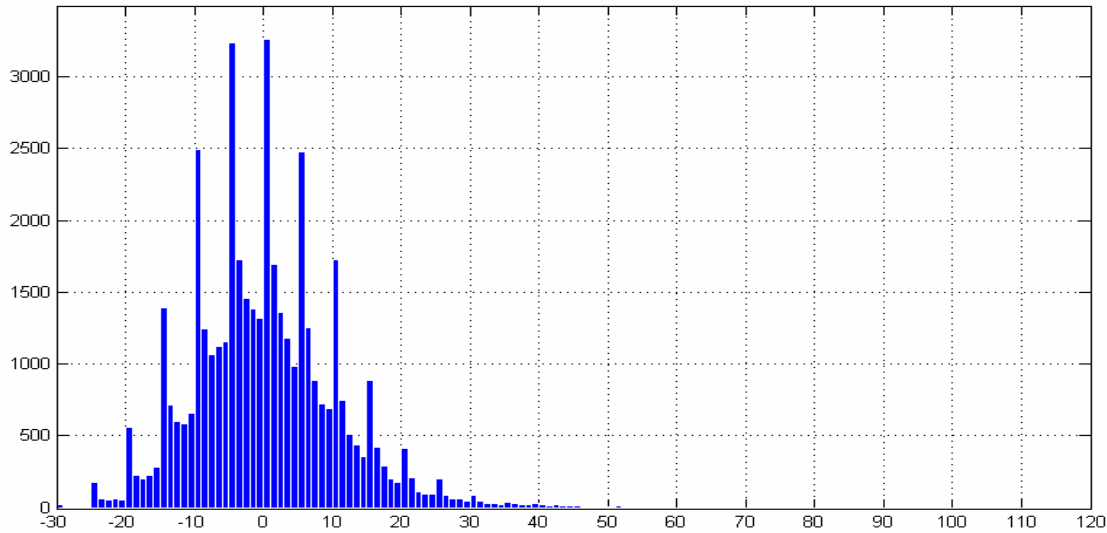
مرحله اول مسابقه المپیاد ریاضی در ایران به صورت یک امتحان چندگزینه‌ای در بین دانش‌آموزان سال‌های دوم و سوم دبیرستان برگزار می‌شود. در سال 1382 بیش از چهل‌هزار دانش‌آموز در این مسابقه شرکت کرده‌اند. امتحان حاوی سی سوال پنج‌گزینه‌ای بوده است. اگر کسی در یک سوال گزینه درست را انتخاب کند 4 امتیاز مثبت و اگر یکی از گزینه‌های اشتباه را انتخاب کند 1 امتیاز منفی و اگر هیچ‌گزینه‌ای را انتخاب نکند صفر امتیاز خواهد گرفت. بنابراین امتیاز نهایی هر شرکت‌کننده می‌تواند عددی بین 30- تا 120 باشد. شکل زیر نمودار میله‌ای امتیازهای به دست آمده را نشان می‌دهد. (هر ستون مربوط به یک عدد صحیح و ارتفاع آن برابر با تعداد دانش‌آموزانی است که آن امتیاز را به دست آورده‌اند).

الف) اگر یک نفر به شکل کاملاً تصادفی به سوال‌ها پاسخ دهد، انتظار می‌رود چه امتیازی کسب کند؟

ب) به نظر شما این امتحان برای شرکت‌کنندگان در آن سخت بوده است یا آسان؟ به چه دلیل؟

ج) نمودار میله‌ای به مقدار کمی در سمت راست کشیده شده است. به نظر شما علت آن چیست؟

د) چرا بعضی از ستون‌های نمودار میله‌ای به مقدار قابل ملاحظه‌ای بلندتر هستند؟



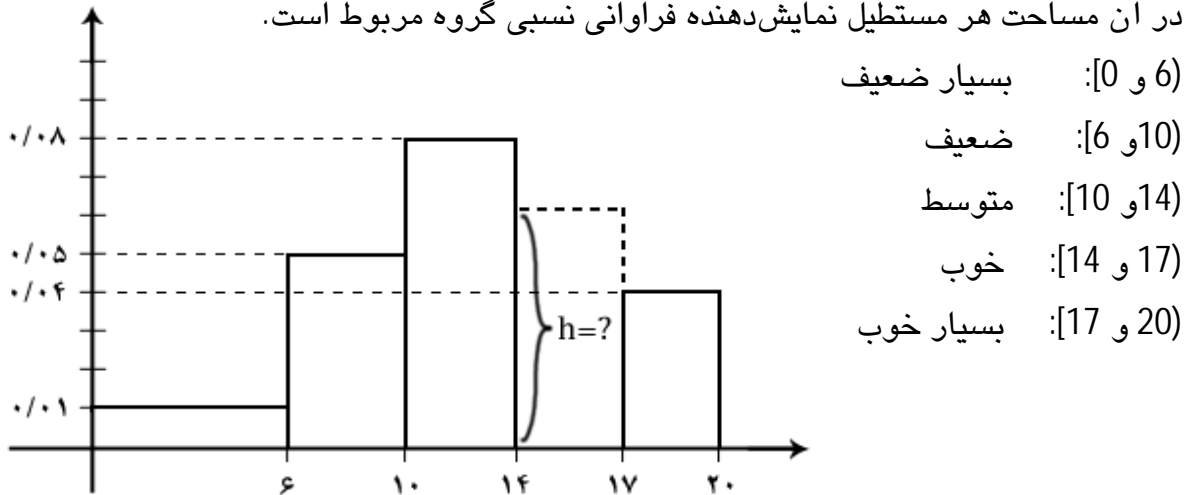
[10 امتیاز]

به نام خدا
چهارمین مسابقه آمار دانش‌آموزی اصفهان
پروژه

از دو پروژه زیر فقط یکی را انتخاب کنید و به همراه تیم خود در دفترچه مفصوم، نتایج را بنویسید.

پروژه اول:

فرض کنید نمرات دانش‌آموزان یک دبیرستان به صورت نمودار مستطیلی زیر داده شده باشد که در آن مساحت هر مستطیل نمایش‌دهنده فراوانی نسبی گروه مربوط است.



- [0 و 6): بسیار ضعیف
- [6 و 10): ضعیف
- [10 و 14): متوسط
- [14 و 17): خوب
- [17 و 20): بسیار خوب

الف) ارتفاع مجهول مستطیل چهارم، باید چقدر باشد؟

ب) میانگین نمرات کلاس را تعیین کنید.

ج) معدل دانش‌آموزان قبول شده چقدر است؟ (حداقل نمره قبولی 10 است).

د) زاویه مرکزی نمرات "خوب" در نمودار دایره‌ای (کلوجه‌ای) را تعیین کنید.

هـ) چقدر احتمال دارد که دانش‌آموزی که می‌دانیم نمره 14 به بالا دارد، در گروه بسیار خوب باشد؟

و) اگر 3 دانش‌آموز به طور تصادفی از این کلاس انتخاب شوند، چقدر احتمال دارد که حداقل 2 نفر از آنها مردود شده باشد؟

پروژه دوم:

- 1- معلم کلاس چهارم دبستانی، قصد دارد قبل از ورود به کلاس، نماینده‌ای را از میان 20 نفر از دانش‌آموزان این کلاس با استفاده از لیست دانش‌آموزان انتخاب کند. اگر معلم هیچ شناخت قبلی از دانش‌آموزان نداشته باشد و به پرونده و سوابق علمی، اخلاقی و رفتاری دانش‌آموزان هم توجه نکند، شانس انتخاب "حسن امامی" (یکی از دانش‌آموزان این کلاس) چقدر است؟
- 2- اگر معلم بخواهد این نماینده را با رأی‌گیری از میان دانش‌آموزان کلاس که اسامی آن‌ها به شرح زیر است، انتخاب کند و "احمد مسعودی، حسن امامی و جعفر امامی" نامزد انتخاب شدن باشند، معلم چگونه انتخابات را انجام دهد که نتیجه عادلانه باشد؟

سعید افضل	جعفر امامی	حسن امامی	محسن تقوی‌طلب
رضا حسن‌خواه	رضا رستمی	محسن رفیعی‌اصل	مسعود شاه‌طالبی
جعفر شریفی	تقی شهبواری	رضا کوهی	سعید گودرزی
محمود محمودیان	رضا محمدی	حسن مستأجران	احمد مسعودی
حامد مطلبی	ایرج ناظمی	تقی نمازی	مسعود وطن‌خواه

- 3- شب قبل از انتخابات محسن رفیعی‌اصل مسئله‌ای را حل کرده است و هر 3 نامزد انتخابات از او خواسته‌اند که حل مسئله را به آن‌ها بدهد، ولی او قصد دارد فقط به کسی حل مسئله را بدهد که شانس انتخاب شدنش بیشتر باشد. اگر او شماره تلفن تمام هم‌کلاسی‌هایش را داشته باشد، ولی خانواده‌اش به او اجازه داده‌اند که حداکثر با 5 شماره تماس بگیرد، محسن چه کار می‌کند؟ (دقت کنید که برخی از دانش‌آموزان می‌توانند رأی ندهند یا نام اشخاص دیگری که نامزد نیستند را اعلام کنند).
- 4- فضای نمونه هریک از دو آزمایش را بنویسید.
- 5- احتمال پیشامدهای زیر را در هر دو صورت (انتخاب توسط معلم یا انتخاب توسط دانش‌آموزان) پیدا کنید.

الف) یکی از امامی‌ها انتخاب شود؟

ب) کسی انتخاب شود که اسم کوچکش محسن است؟

6- براساس اطلاعات جمع‌آوری شده توسط محسن، یک نمودار پراکنندگی برای رأی‌ها رسم کنید.