

۱. در مثلث ABC نیمساز زاویه A ، عمود منصف ضلع AB و ارتفاع راس B در یک نقطه همدیگر را قطع می کنند. ثابت کنید نیمساز زاویه A ، عمود منصف ضلع AC و ارتفاع راس C نیز از یک نقطه می گذرند. (۳ امتیاز)
۲. تمام اعداد صحیح و مثبت n را بیابید که به ازای آن ها n عدد صحیح مثبت و متوالی وجود داشته باشد که حاصل جمع آن ها عددی اول باشد. (۳ امتیاز)
۳. ظرف A شامل ۳ لیتر شربت است. ظرف B شامل n لیتر آب است. ظرف C خالی است. می توان هر ترکیبی از سه عمل زیر انجام داد:
تمام محتوای ظرف X را خالی کرد.
تمام محتوای ظرف X را به ظرف Y ریخت.
محتوای ظرف X را به محتوای ظرف Y اضافه کرد تا این که مقدار محتوای ظرف Y و Z یکسان شود.
- الف) اگر $n=20$ ، چگونه می توان ۱۰ لیتر ۳۰ درصدی شربت داشت؟ (۳ امتیاز)
- ب) تمام مقادیر مثبت n را بیابید که بتوان به همان نتیجه قسمت الف دسترسی پیدا کرد، (۲ امتیاز)
۴. عدد صحیح $a > 1$ مفروض است. همین عدد را پس از a می نویسیم تا عدد b به دست آید که مضرب a^2 است. مقدار $\frac{b}{a}$ را بیابید. (تمام جواب های ممکن را ارائه دهید و ثابت کنید جواب دیگری وجود ندارد). (۵ امتیاز)
۵. دو عدد ده رقمی را همسایه می نامیم اگر تنها در یک رقم متفاوت باشند. برای مثال دو عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰ و ۱۲۳۴۵۰۷۸۹۰ همسایه هستند. چند عدد ده رقمی می توان نوشت که دو به دو همسایه نباشند. (۶ امتیاز)