

1. در خط شکسته ABCD پاره خط های AB، BC و CD برابرند و بر دایره ای به مرکز O مماس اند. ثابت کنید نقطه تماس این دایره با BC، نقطه O و محل تقاطع AC و BD در یک امتداد هستند. (۴ امتیاز)

2. عدد صحیح $a > 1$ مفروض است. همین عدد را پس از a می نویسیم تا عدد $-b$ ی به دست آید که مضرب a^2 است. مقدار $\frac{b}{a}$ را بیابید. (تمام جواب های ممکن را ارائه دهید و ثابت کنید جواب دیگری وجود ندارد). (۴ امتیاز)

3. محیط یک چهار ضلعي محدب برابر با ۲۰۰۴ است. طول یکی از قطرهای ۱۰۰۱ است. آیا قطر دیگر می تواند طولی برابر با یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۱۰۰۱ داشته باشد؟ (۴ امتیاز)

4. تصاعد حسابی $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ شامل جملات زیر است.

$$a_1^2, a_2^2, a_3^2$$

ثابت کنید در این تصاعد فقط اعداد صحیح وجود دارند

5. دو عدد ده رقمی را همسایه می نامیم اگر تنها در یک رقم متفاوت باشند. برای مثال دو عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰ و ۱۲۳۴۵۰۷۸۹۰ همسایه هستند. چند عدد ده رقمی می توان نوشت که دو به دو همسایه نباشند. (۵ امتیاز)