

1- بر روی نمودار یک چند جمله با ضرایب صحیح دو نقطه با مختصات صحیح وجود دارد. نشان دهید که اگر فاصله بین این دو نقطه مقدار صحیح باشد، آنگاه پاره خطی که این دو نقطه را به هم وصل می کند موازی محور  $X$  ها است. (۴ نمره)

2- ارتفاع های  $AD$  و  $BE$  از مثلث  $ABC$ ، یکدیگر را در نقطه  $H$  (داخل مثلث) قطع می کنند. اگر نقاط وسط  $AB$  و  $CH$  به ترتیب  $X$  و  $Y$  باشند، ثابت کنید  $XY$  عمود بر  $DE$  است. (۵ نمره)

3- ساعتی دقیق کار می کند، اما روی صفحه ساعت هیچ علامتی وجود ندارد. عقربه های ساعت شمار، دقیقه شمار، و ثانیه شمار دارای اندازه های مختلف هستند و به طور یکنواخت حرکت می کنند. صاحب ساعت ادعا می کند که چون مکان توام عقربه ها در فاصله زمانی بین  $8:00$  تا  $19:59$  همزمان دو بار تکرار نمی شود. وی می تواند با استفاده از آن وقت دقیق را در این فاصله زمانی روزانه بداند. آیا ادعای صاحب ساعت صحیح است؟ (۵ نمره)

4- یک صفحه کاغذ مستطیلی  $12 \times 10$  در حول خطوط شبکه اش چندین بار تا شده تا شکل یک مربع ضخیم  $1 \times 1$  را داده است. چند تکه (قسمت) کاغذ را می توان به وسیله بریدن این مربعها به دست آورد وقتی که برش در طول پاره خطی که الف) نقاط وسط یک جفت ضلع مقابل را به هم وصل می کنند. (۲ نمره)  
ب) نقاط وسط یک جفت ضلع کنار هم را به هم وصل می کنند. (۴ نمره)

5- در جعبه ای راست گوش (مکعب مستطیل) تعدادی بلوکهای راست گوش که لزوماً مانند یکدیگر نیستند قرار دارد. یکی از بعد های هر یک از بلوکها را

کم می کنیم . آیا همواره امکان بسته بندی این بلوکها در جعبه راست گوش کوچکتری وجود دارد، به طوری که اضلاع بلوکها موازی اضلاع جعبه باشند؟ (۶ نمره)

۶- جواد و جعفر می خواهند ۲۵ سکه پول را که به ترتیب دارای ارزش ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ هستند بین خود تقسیم کنند. در هر حرکت، یکی از آنها سکه ای را انتخاب و دیگری تصمیم می گیرد که چه کسی باید صاحب این سکه شود. جواد اولین انتخاب را انجام می دهد و در حرکتی (متوالی) بعدی، انتخاب با کسی است که مجموع ارزش سکه هایش بیشتر است. در حالتی که تساوی اتفاق افتد، حق انتخاب سکه با کسی است که حرکت قبل را انجام داده است. آیا جواد می تواند تضمین کند که پس از پایان بازی مجموع ارزش سکه هایش بیشتر از جعفر است، یا آیا جعفر می تواند از این عمل جواد جلوگیری کند؟ (۶ نمره)

۷- صفحه مربع شکل شطرنج به صورت زیر شماره گذاری شده است. به گوشه سمت چپ در بالا شماره ۱ داده شده است. دو مربع در قطر بعدی از سمت راست در بالا به سمت چپ در پائین ۲ و ۳ شماره گذاری شده اند. سه مربع در قطر بعدی ۴، ۵ و ۶ شماره گذاری شده اند و الی آخر. دو مربع در قطر دوم از آخر ۶۲ و ۶۳ و گوشه سمت راست پائین ۶۴ شماره گذاری شده اند. پرویز ۸ سنگ ریزه را روی خانه های مربعی شطرنج به گونه ای قرار می دهد که در هر ردیف و هر ستون دقیقاً ۱ سنگ ریزه قرار داشته باشد. آنگاه وی هر سنگ ریزه را به مربعی که که شماره ای بزرگتر از مربع محل اصلی اش دارد حرکت می دهد. آیا این امکان وجود دارد که بعد از این حرکت، هنوز هم یک سنگ ریزه در هر ستون و هر ردیف قرار گیرد؟ (۸ نمره)