

۱- چند وجهی محدبی را با ۱۰۰ یال در نظر بگیرید. هر راس را در نزدیکی خودش با یک چاقوی صفحه ای تیز می بریم. و هر یک از این صفحه ها را یک صفحه برش می نامیم. (این کار به گونه ای انجام می شود که صفحات برش داخل یا روی سطح چند وجهی با هم برخورد نمی کنند) برای چند وجهی حاصل :

الف) تعداد رئوس (۱نمره)

ب) تعداد یالها (۲نمره)

را بیابید.

۲- آیا می توان دو تابع  $p(x)$  و  $q(x)$  یافت که  $p(x)$  تابعی زوج بوده در حالی که  $q(x)$  تابعی فرد باشد؟ (به جز تابع ثابت صفر) (۳نمره)

۳- عدد دلخواه  $a > 0$  را به گونه ای در نظر بگیرید که نامساوی  $10 < ax < 100$  دارای دقیقاً ۵ جواب طبیعی باشد. نامساوی  $1000 < ax < 100$  چند جواب طبیعی ممکن است داشته باشد؟ تمام حالات ممکن را بیابید. (۴نمره)

۴- چهار ضلعی محاطی ABCD با  $AB=AD$  داده شده است. نقطه M روی ضلع BC و N روی ضلع CD به گونه ای قرار دارند که زاویه MAN نصف زاویه BAD باشد. ثابت کنید  $MN=BM+ND$ . (۵نمره)

۵- پویا  $n^3$  مکعب  $1 \times 1 \times 1$  سفید دارد. او می خواهد با استفاده از آنها یک مکعب  $n \times n \times n$  بسازد. و علاقه دارد وجه های مکعب نهایی از بیرون کاملاً سفید باشد. حد اقل تعداد وجه هایی از کل مکعب های  $1 \times 1 \times 1$  را تعیین کنید که اگر وحید آنها را سیاه کند بتواند مانع از هدف پویا شود؟

الف)  $n=3$  (۳نمره)

ب)  $n=1000$  (۳نمره)