

- 1- میز بیلیارد به شکل مستطیل با ابعاد  $2 \times 1$  و با شش سوراخ در رئوس و وسط اضلاع بزرگ مستطیل است. حداقل تعداد توپها را بیابید که باید روی میز قرار گیرد تا هر سوراخ با حداقل دو توپ روی یک خط باشد (توپها و سوراخها را نقطه فرض کنید). (۴نمره)
- 2- ثابت کنید  $100$  جفت عدد طبیعی با خاصیت زیر وجود دارد: در نمایش مبنای  $10$ ، هر یک از ارقام تشکیل دهنده عددهای هر جفت و حاصل ضرب آنها بزرگتر یا مساوی  $6$  است. (۴نمره)
- 3- مثلث  $ABC$  با زوایای حاده را در نظر بگیرید. دو مستطیل هم‌نهشت  $ABMN$  و  $LBCK$  در بیرون مثلث، روی اضلاع  $AB$  و  $BC$  می‌سازیم و می‌دانیم  $AB=LB$  ثابت کنید خطوط راست  $AL$  و  $NK$  و  $MC$  دارای یک نقطه مشترک هستند. (۵ نمره)
- 4- آیا عدد طبیعی  $n$  وجود دارد که در نمایش مبنای  $10$ ، رقم سمت چپ  $2^n$  با  $5$  و رقم سمت چپ  $5^n$  با  $2$  شروع می‌شود؟ (۵ نمره)
- 5- خانه‌های جدولی به ابعاد  $2006 \times 2005$  با اعداد صفر  $1$  و  $2$  به گونه‌ای پر شده است که مجموع اعداد خانه‌های هر سطر و هر ستون بر  $3$  بخشپذیر است. حداکثر تعداد  $1$ های این جدول چند تا است؟ (۶ نمره)
- 6- چند ضلعی منحنی الاضلاع بنابر تعریف چند ضلعی است که اضلاع آن به جای پاره خط راست، کمان‌های دایره باشند. آیا چندضلعی منحنی الاضلاع  $P$  و نقطه  $A$  روی مرز آن وجود دارد که هر خط گذرا از  $A$  مرز  $P$  را به دو بخش با مجموع طول مساوی تقسیم کند؟ (۷نمره)
- 7- جمشید یک جدول  $5 \times 5$  دارد که با  $25$  عدد مختلف پر شده است. جاوید دقیقا یک کپی از این جدول دارد جمشید بزرگترین عدد موجود در جدول را انتخاب و سطر و ستون مربوط به این عدد را پاک می‌کند. سپس بزرگترین عدد موجود را از باقیمانده اعداد انتخاب کرده و به همان ترتیب ادامه می‌دهد. جاوید همین کار را تکرار می‌کند منتها با انتخاب کوچکترین عدد موجود در جدول. آیا ممکن است که در پایان، مجموع  $5$  عدد انتخاب شده توسط جاوید از مجموع:
- الف)  $5$  عدد انتخاب شده توسط جمشید بیشتر باشد؟ (۶ نمره)
- ب) هر  $5$  عددی که دوبه دو در یک سطر با یک ستون نباشد بیشتر باشد؟ (۲ نمره)