

- ۱- صد ضلعی محدبی مفروض است. ثابت کنید می توان ۵۰ نقطه داخل آن به گونه ای انتخاب کرد که هر راس صد ضلعی روی خطی قرار گیرد که از دو تا از آن نقاط می گذرد. (۴ نمره)
- ۲- آیا اعداد طبیعی n و k به گونه ای یافت می شود که در نمایش مبنای ۱۰، عدد 2^n از سمت چپ با ارقام عدد 5^k شروع شود. در حالی که عدد 5^n از سمت چپ با ارقام عدد 2^k آغاز شده باشد؟ (۵ نمره)

- ۳- چند جمله ای $p(x) = x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 2$ را در نظر بگیرید. ثابت کنید برای هر عدد طبیعی k ، $p(x)^k$ دارای حداقل یک ضریب منفی است. (۵ نمره)

- ۴- در مثلث ABC ، نیمساز داخلی AA' رسم شده است. نقطه X روی پاره خط AA' انتخاب می شود. خط راست BX ، ضلع AC را در B' و خط راست CX ضلع AB را در C' قطع می کند. پاره خط های $B'A'$ و CC' همدیگر را در نقطه P و پاره خط های $A'B'$ و CC' همدیگر را در نقطه Q قطع می کنند. ثابت کنید زوایای PAC و QAB با هم برابرند. (۵ نمره)

- ۵- ثابت کنید نامتناهی جفت عدد طبیعی وجود دارد که در نمایش مبنای ۱۰، همه ارقام عدد های هر جفت و نیز حاصل ضرب آنها بزرگتر یا مساوی ۷ است. (۶ نمره)

- ۶- ۱۲ ملخ روی ۱۲ نقطه از محیط یک نشسته اند. این نقاط، محیط دایره را به ۱۲ کمان تقسیم می کنند. وقتی علامت داده می شود همه ملخ ها هم زمان در جهت عقربه های ساعت می پرند، در هر پرش هر ملخ از ابتدای کمانی که روی آن نشسته به وسط آن کمان می پرد و به این ترتیب ۱۲ کمان جدید شکل می گیرد. سپس علامت دهی تکرار می شود. و به همان ترتیب این کار ادامه می یابد. آیا ممکن است که حد اقل ۱ ملخ بعد از:

الف) ۱۲ پرش به جای اولش برگردد؟ (۴ نمره)

ب) ۱۳ پرش به جای اولش برگردد؟ (۳ نمره)

- ۷- مورچه ای در یک مسیر بسته ثابت روی یال های یک ۱۲ وجهی منتظم به نحوی حرکت می کند. که پس از طی هر یال بلافاصله روی همان یال بر نمی گردد و هر یال را دو دقیقاً دو بار می کند. ثابت کنید مورچه حداقل از یک یال دو بار در یک جهت می گذرد. (۸ نمره)
- (یاد آوری: ۱۲ وجهی منتظم ۲۰ راس، ۳۰ یال و ۱۲ وجه مساوی به شکل ۵ ضلعی منتظم دارد و در هر راس سه وجه به هم می رسند).