

## سوالات مرحله اول مسابقه تورنمنت شهرها - بهمن ماه ۱۳۸۹

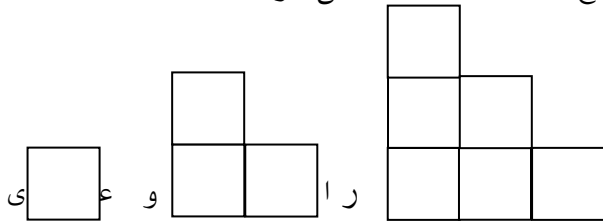
۱. گروهی برای کوه‌پیمایی ساعت ۳ بامداد حرکت می‌کنند و پس از رسیدن به هدف خود در همان مسیری که رفته‌اند برمی‌گردند و ساعت ۹ بامداد به جای نخستین می‌رسند. هرگاه سرعت آن‌ها در جاهای هموار ۴ کیلومتر بر ساعت، در سربالایی‌ها ۳ کیلومتر بر ساعت و در سرپائینی‌ها ۶ کیلومتر بر ساعت باشد، چه مسافتی را پیموده‌اند؟

۴ امتیاز

۲. در یک دوره از مسابقات والیبال ۱۰ تیم شرکت کرده‌اند. هر تیم ۱۸ بار با هریک از تیم‌های دیگر بازی می‌کند. در هیچ‌یک از بازی‌ها نتیجه مساوی نشد. پس از پایان بازی‌ها عده‌ی برده‌های هر تیم به مقدار ثابتی از عده‌ی برده‌های تیم بعدی بیشتر است. آخرین تیم حداکثر می‌تواند چند برد داشته باشد؟

۵ امتیاز

۳. در شکل زیر طرحی پلکانی از مربع‌ها مشاهده می‌شود:



اگر عده‌ی مربع‌های واقع در ردیف  $n$  برابر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ باشد،  $T$  به ترتیب برابر ۴ و ۱۰ و ۱۸ و ۲۸ باشد. برای ساختن چنین پلکانی تعداد ۳۱۷ دیواره به کار رفته اما طرح ناقص مانده است. برای تکمیل طرح دستکم چند دیواره دیگر لازم است؟

۴ امتیاز

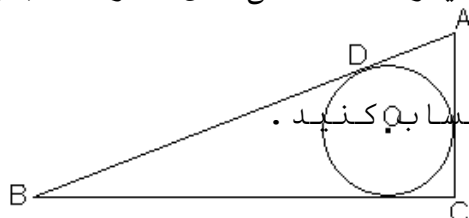
۴. دهکده‌ای به شکل مربع ساخته شده است و از ۹ قطعه که طول ضلع هرکدام برابر با ۱ واحد است و مانند جدولی  $۳ \times ۳$  کنار هم قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. هر قطعه به خیابان‌های آسفالت شده محدود شده است. اگر از یکی از گوشه‌های دهکده شروع به حرکت کنیم و بخواهیم در طول خیابان‌ها طوری حرکت کنیم که از هریک از ضلع‌های هریک از قطعه‌ها دست کم یک بار بگذریم و سرانجام به همین گوشه برگردیم، حداقل چه مسافتی را باید طی کنیم؟

۳ امتیاز

۵. قطر  $AB$  از دایره‌ای به مرکز  $O$  از طرف  $A$  تا نقطه  $C$  امتداد داده می‌شود، که طول  $AC$  برابر ۲ سانتی‌متر است. در  $B$  عمود  $BD$  بر  $AB$  اخراج می‌شود که طول  $BD$  برابر ۹ سانتی‌متر شود. طول  $AB$  چقدر باشد تا  $DC$  بر دایره مماس گردد؟

۶ امتیاز

۶. مثلث  $ABC$  در زوایه  $C$  قائمه است و دایره محاطی آن در  $D$  بر  $AB$  مماس است:



الف) در دو حالت زیر مساحت  $ABC$  را حساب کنید.

$$(۱) \quad AD = ۲ \quad \text{و} \quad DB = ۳$$

$$(۲) \quad AD = ۳ \quad \text{و} \quad DB = ۱۰$$

ب) نتیجه‌های به دست آمده را در مورد مساحت مثلث تعمیم دهید و آن را ثابت کنید.

۵ امتیاز

۷. پسری در مرکز استخری مربعی شکل قرار دارد و معلمش (که نمی‌تواند شنا کند) در یک گوشه از استخر ایستاده است. معلم مس-

تواند سه بار سریعتر از شنا کردن پسر راه برود، اما در خشکی پسر از معلم سریعتر راه می‌رود. آیا پس می‌تواند از دست معلمش فرار کند؟

۶ امتیاز