

به نام خدا

مرحله اول مسابقه تیمی خانه ریاضیات اصفهان

(آذر ۱۳۸۳)

دانش‌آموز گرامی

ضمن آرزوی موفقیت، توجه شما را به نحوه انتخاب سوالات آزمون جلب می‌نمایم.

(۱) فقط به دو سوال باید پاسخ دهید.
در صورتی که به بیش از دو سوال پاسخ دهید، به پاسخ‌های بعدی امتیازی تعلق نمی‌گیرد.

(۲) از دو سوال قسمت اول، حداکثر می‌توانید به یک سوال پاسخ دهید.

بنابراین، دو سوال انتخابی شما میتواند هر دو از قسمت دوم یا یک سوال از قسمت اول و یا یک سوال از قسمت دوم باشد.

(۳) مدت آزمون ۱۳۵ دقیقه می‌باشد.

(۴) پاسخ هر سوال باید روی برگه‌های جداگانه نوشته شود.

(۵) برای انتخاب سوالات به پشت برگه مراجعه کنید.

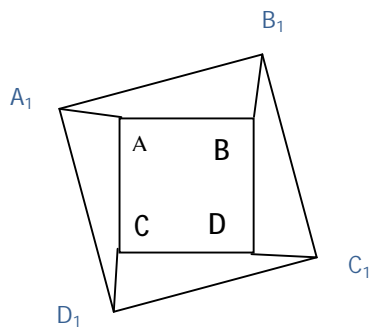
قسمت اول

(۱) از رابطه $\{1,2\} \subseteq A \subseteq \{1,2,\{1,2\},\emptyset,\{\{\}\}\}$

الف - به چند طریق می‌توان مجموعه A را انتخاب کرد؟
ب - کلیه جواب‌های ممکن برای A را بنویسید.
(۲ امتیاز)

(۲) مربع $ABCD$ به مساحت S_0 مفروض است.

اگر هر ضلع آن را (مطابق شکل) به اندازه نصف خودش امتداددهیم چهار نقطه A_1 ، B_1 ، C_1 و D_1 به دست می‌آید.
الف) ثابت کنید چهارضلعی $A_1B_1C_1D_1$ مربع است.



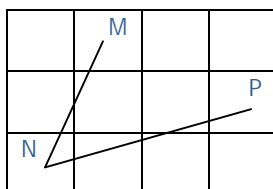
ب) اگر مساحت $A_1B_1C_1D_1$ را S_1 بنامیم مطلوبست محاسبه S_1 .

ج) انجام فرآیند فوق را برای $A_1B_1C_1D_1$ و نیز مربعهای به دست آمده بعدی مرتباً ادامه می‌دهیم. مطلوبست نسبت S_{20} به S_0 . (۲ امتیاز)

قسمت دوم

(۳) مستطیلی به اضلاع ۴ و ۳ مفروض است. با توجه به شکل اندازه زاویه MNP را بدست آورید.

(M ، N و P مراکز مربعها می‌باشند)



(۴ امتیاز)

(۴) سه شخص a ، b و c کاری را در مدت زمانی انجام می‌دهند، این زمان ۶ ساعت کمتر از وقتی است که شخص a به تنهایی آن را انجام دهد و ۱ ساعت کمتر از زمانی است که شخص b آن را به تنهایی انجام دهد. مطلوبست زمانی را که فقط اشخاص a و b آن را انجام دهند.

(۵ امتیاز)

(۵) اگر $a \in \mathbb{R}$ و $a \neq 0$ و $x, y, z \in \mathbb{Z}$ باشند، بر حسب مقادیر x, y, a دو مقدار a^x, a^y را مقایسه کنید. (با

ذکر دلیل)

(۶ امتیاز)