

به نام خدا
مرحله اول مسابقه تیمی خانه ریاضیات اصفهان
(آذر ۱۳۸۳)

دانش‌آموز گرامی

ضمن آرزوی موفقیت، توجه شما را به نحوه انتخاب سوالات آزمون جلب می‌نمایم.

(۱) فقط به دو سوال باید پاسخ دهید.
در صورتی که به بیش از دو سوال پاسخ دهید، به پاسخ‌های بعدی امتیازی تعلق نمی‌گیرد.

(۲) از دو سوال قسمت اول، حداکثر می‌توانید به یک سوال پاسخ دهید.

بنابراین، دو سوال انتخابی شما می‌تواند هر دو از قسمت دوم یا یک سوال از قسمت اول و یا یک سوال از قسمت دوم باشد.

(۳) مدت آزمون ۱۳۵ دقیقه می‌باشد.

(۴) پاسخ هر سوال باید روی برگه‌های جداگانه نوشته شود.

برای انتخاب سوالات به پشت برگه مراجعه کنید.

قسمت اول

(۱) اگر $a^2 - 3a - 5 = 0$ حاصل $(a + 7)(a + 1)(a - 4)(a - 10)$ را به دست آورید. (۳ نمره)

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \end{array} & \begin{array}{r} \bigcirc & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & ۸ \end{array} \\ \hline & \begin{array}{cc} \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc \\ \hline \cdot & \cdot \end{array} \end{array}$$

(۲) تقسیم زیر را کامل کنید.

(هر نماینده یک رقم است.)

(۴ نمره)

قسمت دوم

(۲) هر گاه عدد $a - 2b + 4c$ مضرب ۲۱ باشد، ثابت کنید عدد سه رقمی \overline{abc} نیز مضرب ۲۱ خواهد بود. (۵ نمره)

(۵ نمره)

(۴) اگر میانه AM از مثلث ABC را سه قسمت کنیم به طوری که $AM = \frac{1}{3} PM$ باشد از P خطی رسم می‌کنیم که موازی BC نیست ولی در ضلع AC و AB را در D و E قطع می‌کند. ثابت کنید جمع فاصله B و C از DE مساوی فاصله A از DE است.

(۶ نمره)

(۵) چند سکه مساوی داریم. می‌توانیم آنها را هم به صورت یک مربع و هم به صورت یک مثلث متساوی‌الاضلاع پهلوی هم قرار دهیم ولی وقتی که به صورت مثلث در می‌آوریم در هر ضلع دو سکه بیش از تعداد سکه‌های هر ضلع مربع جا می‌گیرد. اگر فرض کنیم سکه‌ها سطح مربع (و همچنین مثلث) را هم پوشانده باشند تعداد سکه‌ها را پیدا کنید.

(۵ نمره)