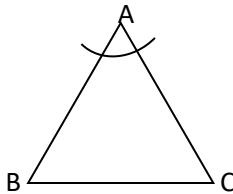


(۱) کوچکترین عدد طبیعی را پیدا کنید که بر ۱۱ بخش پذیر بوده و مجموع ارقام آن ۱۳ باشد.

(۲) در مثلث متساوی الساقین ABC ، قائدهی BC برابر L است و \widehat{A} زاویه رأس مقابل به قائده است. ملخی از نقطه B با جهش‌های مستقیم و مساوی به طول L ، هر بار به نقطه جدیدی از ضلع مقابل می‌جهد و پس از چند جهش درست به نقطه A می‌رسد.



الف- اگر بعد از ۱ بار جهش به نقطه A برسد، اندازه زاویه A چقدر است؟
 ب- اگر بعد از ۲ بار جهش به نقطه A برسد، اندازه زاویه A چقدر است؟
 ج- اگر بعد از ۴ بار جهش به نقطه A برسد، اندازه زاویه A چقدر است؟

(۳) کسر $\frac{n+4}{n+59}$ را در نظر بگیرید. مقادیر n را به قسمی تعیین کنید که کسر مورد نظر مساوی مربع کسر ساده نشدنی $\frac{a}{b}$ باشد.

(۴) اوساط اضلاع AB و AC و BC از مثلث ABC را به ترتیب M ، N و P می‌نامیم. اگر D وسط MB و E وسط AN باشد، ثابت کنید که خطوط AM ، NP و DE همدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند.

از M به N و P وصل می‌کنیم. چهارضلعی $APMN$ متوازی‌الاضلاع است زیرا $MN \parallel AB$ و $PM \parallel AC$

بنابراین اگر نقطه برخورد اقطار آن یعنی AM و PN را O بنامیم خطی که از E وسط ضلع AN به نقطه O محل برخورد قطرهای AM و PN موازی AB است و از نقطه F وسط ضلع PM می‌گذرد و در مثلث MBP خطی که نقطه F موازی ضلع AB رسم می‌شود از نقطه D وسط ضلع BM می‌گذرد پس خطوط AM ، PN و DE از یک نقطه می‌گذرند.

(۵) اگر x و y و z طول‌های اضلاع یک مثلث باشند، ثابت کنید:

$$3(xy + xz + yz) \leq (x + y + z)^2 < 4(xy + xz + yz)$$

(۶) چند عدد چهاررقمی \overline{xyxy} کمتر از ۴۰۰۰ وجود دارد که دقیقاً ۴ مقسوم‌علیه داشته باشد.