

هندسه مقدس در طبیعت و معماری ایرانی

مهرداد حجازی

دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، خیابان هزار جریب، اصفهان

تلفن: ۰۳۱۱-۷۹۳۴۰۲۹، دورنگار: ۰۳۱۱-۷۹۳۲۰۸۹

Email: m.hejazi@eng.ui.ac.ir & mm.hejazi@yahoo.com

چکیده

در آفرینش و طراحی اشکال مختلف موجود در طبیعت می توان نسبت های معینی را مشاهده نمود. این نسبت ها آن دسته از روابط هندسی هستند که ریشه ای غیرمادی دارند و به جهت آن که از اصول روحانی و مافوق طبیعی با اعتقاد بر مقدس بودن موضوع خود پیروی می کنند و دارای یک زبان نمادین و ویژگی های روحانی هستند می توان به آنها هندسه مقدس اطلاق نمود. این دیدگاه که هندسه دارای ارزش مقدس بوده است قسمتی از یک دیدگاه کلی تر است که در آن تمدن بشری در دوران باستان خود دارای یک منشاء روحانی و عبادی بوده است، و بنابراین تاریخ استفاده از هندسه مقدس توسط انسان به قرن ها قبل باز می گردد. سنت فیثاغورثی، و علوم مصری و بابلی که از آنها ریشه می گیرد، و ریاضیات ایرانی، که بخشی از آن عقلانیت فیثاغورثی را به خاطر می آورد، بر اساس اعتقاد بر مقدس بودن مفهوم اعداد و نمادینی بودن آنها پایه گذاری شده اند. در جهان سنتی، هندسه از سایر علوم چهارگانه فیثاغورثی، یعنی حساب (عدد)، موسیقی و نجوم، تفکیک ناپذیر بود. هندسه سنتی با ترکیبات و اشکال نمادین فضا در ارتباط است. اشکال هندسی مانند مثلث، مربع و چند ضلعی های منتظم مختلف، مارپیچ و دایره در دورنمای سنتی، همانند اعداد سنتی، به عنوان چهره های کثرت در وحدت تلقی می شوند.

معماری خالق مکان تقدیس در طول هزاره ها بوده است، و انسان سعی کرده است به وسیله آن نوعی تجلی آسمانی را برای خود فراهم کند. معماری ایرانی همیشه بر زیبایی تأکید داشته است و ایرانیان سعی کرده اند در ابعاد ساختمان ها تناسباتی را به کار گیرند که انعکاس کیهانی را بر روی زمین متجلی کنند. از طریق تحلیل هندسی بناهای تاریخی ایران می توان نشان داد که از تناسبات مختلف نظیر نسبت زرین به صورت گسترده ای در معماری ایرانی نظیر طراحی پلان ها، مقاطع، الگوهای معماری و هندسی، و ویژگی های سازه ای و مکانیکی استفاده شده است.

در این مقاله، مفهوم مقدس بودن هندسه و نمادینی بودن آن در سنت فیثاغورثی، و وجود هندسه مقدس و تناسبات در اشکال مختلف حیات در طبیعت توضیح داده خواهد شد و در مورد به کارگیری علم هندسه در تعدادی از بناهای تاریخی ایران بحث خواهد گردید.

کلید واژه ها: هندسه، طبیعت، معماری ایرانی، سازه، نسبت زرین، طراحی، زیبایی شناسی، تقدیس

مقدمه

در فارسی و عربی، کلمه مهندس از هندسه به معنای اندازه گیری مشتق شده است و این کلمه هم برای علم هندسه و هم برای معماری استفاده می شود. واژه یونانی $\gamma\epsilon\omega\mu\epsilon\tau\rho\iota'$ (هندسه)، مرکب از $\gamma\epsilon\omega$ شکل ترکیبی از $\gamma\eta$ (زمین) و $\mu\epsilon\tau\rho\iota'$ (اندازه گیری)، در معنی ریشه شناسی کلمه به معنای هنر/اندازه گیری زمین است.

واژه *architect* (معمار) از کلمه یونانی $\hat{\alpha} \rho \chi \iota \tau \epsilon \kappa \tau \omega \nu$ گرفته شده است، که خود مرکب از $\hat{\alpha} \rho \chi \iota$ (رئیس، اصل، اولین در اعتبار یا رتبه) و $\tau \epsilon \kappa \tau \omega \nu$ (سازنده، صنعتگر) می باشد؛ بنابراین، این واژه به صورت ادبی به معنای استاد سازنده و کارآموز ماهر هنر ساختمان سازی است (دیکشنری انگلیسی آکسفورد^۱)، ذیل واژه). از آنجایی که یک معمار به صورت ماهرانه ای انعکاس زیبایی الهی را در نظم جهانی بنا می کند، واژه *architecture* (معماری) دارای معنای نزدیکی به واژه یونانی $\kappa \omicron \sigma \mu \omicron \varsigma$ (کیهان)، هم زمان به معنای جهان، نظم و زیبایی، و به واژه $\hat{\alpha} \iota \sigma \theta \eta \sigma \iota \varsigma$ (زیبایی شناسی)، ادراک توسط حواس به خصوص احساس کردن، می باشد.

تأکید معماری ایرانی بر زیبایی بود. ایرانیان در طول قرن های متمادی همواره ارزش والایی برای زیبایی قائل بودند؛ و *scientia geometiae* (علم هندسه) ابزار قدرتمندی در دست مهندس ایرانی بود که با استفاده از آن می توانست تناسبات آسمان را اندازه گیرد و بر روی زمین تعادل، هماهنگی و زیبایی بیافریند؛ زیبایی را در نظم قرار دهد. هندسه هم *scientia* (علم) و هم *ars* (هنر) بود.

یگانه مطلق، هدف نهایی هنر و معماری سنتی ایرانی بود. معماری زبانی نمادین بود که با استفاده از آن اعیان ثابته در الگوهای بیان می شدند تا برای فهم بشر قابل درک باشند. از آنجایی که موضوع معماری در قلمرو روح و حکمت بود، هندسه به عنوان وسیله ای که با آن معماران ایرانی سطوح و احجام را درست می کردند می بایست خود مقدس باشد.

اگر پیدا نمودن مبدأ هندسه مقدس مورد نظر باشد، کافی است به قدیمی ترین تمدن های شناخته شده بازگشت که در آنها هندسه بر طراحی ساختمان هایی حاکم بود که به منظور نمایش دادن ساختار تصور شده عالم وجود به عنوان قلمرو یگانه مطلق در نظر گرفته شده بودند، و چنین هندسه ای به واسطه دارا بودن این فضیلت که قدرت خشنود کردن و جذب طبیعت الهی را دارد، مقدس است. والاترین نمونه ساختمان، معبد گنبدی است که در شکل هندسی خود نماد کره آسمانی در بالا است که دایره یا مربع زمینی در پایین را احاطه می کند.

عالم، و طبیعت، والاترین تجلی حکمت الهی، خلق شده توسط یگانه مطلق به عنوان یک واقعیت معقول و در نتیجه ریاضی، توسط بناهای معماری مقدس در یک زبان سحرآمیز و نمادین منعکس می شوند تا نظم، هماهنگی و زیبایی الهی را بیان کنند. الگوهای هندسی معین و اعداد و تناسبات وابسته به آنها، به عنوان مراجع مفاهیم کیهان شناسی، نقشی نمادین در آفرینش معماری ایفا می کنند.

عالم نمود هندسی وحدت الهی

تصاعد هندسی

افلاطون (حدود ۳۴۷-۴۲۷ پیش از میلاد) توجه زیادی به هندسه فیثاغورث (?-۵۰۰-۵۸۲ پیش از میلاد) و موسیقی/فلاک دارد، و در کتاب خود تیمائوس (دوره آثار افلاطون، ج ۲، ص ۵۳) آفرینش هندسی عالم را توضیح می دهد.

در تیمائوس، او این عقیده را ابراز می دارد که آفریننده جهان دیدنی را شبیه به یک تصاعد هندسی آفرید. اجسام/افلاطونی، پنج جسم، چهار عنصر و آسمان را تشکیل می دهند.

1. *The Oxford English Dictionary*

وی در جمهوری (دوره آثار افلاطون، ج ۳، ص ۳۸) خود در مورد هندسه می نویسد، «هندسه/... شناسایی آن هستی است که هرگز دگرگون نمی شود، و نه شناسایی هستی هایی که تابع زمان اند و گاه پدید می آیند و گاه از میان می روند، ... هندسه/ نفس را به سمت حقیقت سوق می دهد و در انسان روح حکیمانه می پروراند».

بر بالای در آکادمی او این کلمات نوشته شده بود $\alpha\gamma\epsilon\omega\mu\epsilon\rho\eta\tau\omicron\varsigma \mu\eta\delta\epsilon\iota\varsigma \epsilon\iota\sigma\iota\tau\omega$ یعنی، «آن کس که هندسه نمی داند نباید بدین مکان درآید» (ابوز، ص ۱۰۶).

در تیمائوس، افلاطون نیاز به چهار عنصر را شرح می دهد (دوره آثار افلاطون، ج ۲، ص ۶۴). اولاً، آتش به منظور دیدنی نمودن جهان، و خاک به منظور مقاوم نمودن آن در برابر لمس کردن. آتش متعلق به آسمان و خاک متعلق به زمین، اینها دو عنصر نهایی هستند. او می نویسد، «... لازم است که طبیعت دیدنی و قابل لمس باشد ... و هیچ چیز نمی تواند بدون آتش دیدنی یا بدون خاک قابل لمس باشد ...» ثانیاً، آنها به عنصر سومی به عنوان رابط نیاز دارند تا به یکدیگر پیوندند، «... ولی به هم پیوستن دو چیز بدون مداخله چیز سومی ممکن نیست ...» ثالثاً، بهترین رابط تناسب هندسی است، «... [و] زیباترین تناسب وقتی است که در سه عدد، نسبت عدد وسطی به عدد آخر مانند نسبت عدد اول به عدد وسطی باشد، ... آنها در رابطه با نسبت با یکدیگر یکسان می شوند» رابعاً، اجسام اصلی سه بعدی هستند، و باید به وسیله اعداد سه بعدی (مکعب ها) نمایش داده شوند. یک رابط برای پیوند دادن دو عدد مسطح (مربع ها) کافی است، ولی برای پیوند دادن دو عدد سه بعدی دو رابط لازم است، «ولی اگر بنا بود که جهان دارای عمق نباشد، یک رابط کافی بود تا اجزاء آن را با یکدیگر و خود را با آنها به هم پیوندند. اما ... قرار بر این بود که جهان به صورت جسم سه بعدی باشد، و هیچ جسم سه بعدی به واسطه یک رابط به هم نمی پیوندند، بلکه دو رابط لازم دارد» بنابراین، آفریننده آب و هوا را در وسط آتش و خاک قرار داد، و بین آنها نسبت یکسانی را ایجاد کرد؛ به طوری که نسبت آتش به هوا مانند نسبت هوا به آب و مانند نسبت آب به خاک است.

$$\text{خاک/آب} = \text{آب/هوا} = \text{هوا/آتش}$$

به دلیل آن که نسبت بین عناصر متوالی ثابت است، از آن یک تصاعد هندسی حاصل می شود.

در تیمائوس (دوره آثار افلاطون، ج ۲، ص ۷۱)، افلاطون شرح می دهد که آنچه وجود دارد یک واحد است، «خدا، وقتی خواست که جهان را شبیه کامل ترین و زیباترین ذواتی که فقط در عالم تفکر جای دارند بسازد، آن را به صورت ذات ذیروح دیدنی یگانه ای در آورد که همه ذوات زنده را که بر حسب طبیعتشان با آن خویشی دارند در خود جمع دارد» برای افلاطون هماهنگی و تناسب در سرتاسر آفرینش، خواه معماری، هنر یا موسیقی، کثرت موجودات را به حقیقت واحدی تبدیل می کند. ارتباط وابسته به هم و هماهنگ اجزاء درون جهان دیدنی، خود انعکاسی از ارتباط هماهنگ و مشابهی در درون جهان نادیدنی است. هماهنگی و تناسب ارتباط نزدیکی با نظم عالم دارند و بنابراین به مفهوم زیبایی شناسی، زیبایی، و کیهانی هدایت می شوند. آفرینش زیبا است زیرا به طور هماهنگ و متناسبی زیبایی الهی را، که آن را مطابق با آن زیبایی ساخته، منعکس می کند.

دستگاه های تناسبات

انتخاب و استفاده از دستگاه های تناسبات همواره امر مهمی برای هنرمندان و معماران بوده است. نه تنها نسبت های معینی مورد استفاده قرار می گرفتند، بلکه برخی دستگاه های تناسبات ترجیح داده می شدند. بعضی از دستگاه های تناسبات بر اساس فواصل موسیقی، بدن انسان، و نسبت زرین قرار داشتند. تناسب در هندسه، معماری، موسیقی و هنر را می توان گفت که "یک رابطه هماهنگ بین اجزاء، و بین هر جزء و کل مجموعه" است. ویتروویوس^۱ (۲۵-؟ ۷۰ پیش از میلاد)، معمار و مهندس رومی، در ده کتاب در باب معماری (ص ۱۰۸)، قدیمی ترین کتاب موجود در این موضوع، می نویسد، "تقارن یک مطابقت مناسب بین اجزاء خود کار، و رابطه بین اجزاء مختلف و تمام مجموعه کلی، در مطابقت با یک جزء معین که به عنوان معیار انتخاب شده است، می باشد." و سپس، "بنابراین از آنجایی که طبیعت بدن آدمی را به گونه ای متناسب کرده است که اجزاء آن کاملاً متناسب با بدن به عنوان یک مجموعه می باشند، ... در ساختمان های کامل اجزاء مختلف باید دارای نسبت های متقارن دقیقی نسبت به کل طرح باشند." منظور ویتروویوس از نسبت های متقارن، تناسبات یکسان می باشد. از طریق دستگاه های تناسبات است که همه اجزاء به صورت هماهنگ دارای پیوستگی بین یکدیگر و در ضمن با کل مجموعه می باشند؛ و بنابراین یک طرح خوشایند و عمل کننده فراهم می شود.

علوم چهارگانه

تقسیم ریاضیات به چهار گروه به زمان فیثاغورث باز می گردد. علوم چهارگانه (*Quadrivium*)، حساب (عدد)، هندسه (به عنوان عدد در فضا)، موسیقی (یا هم آهنگی به عنوان عدد در زمان)، و نجوم (یا کیهان شناسی به عنوان عدد در زمان و فضا)، همان طوری که افلاطون اشاره می کند، وسیله ای بودند برای مطالعه $\sigma\phi\iota\bar{\alpha}$ ، والاترین نوع دانش، یعنی حکمت. تمرین علوم چهارگانه، تمرین عدد، شکل، صوت و حرکات سیارات در آسمان است.

موسیقی افلاک

در تیمائوس (دوره آثار افلاطون، ج ۲، ص ۸۹)، افلاطون این عقیده را ابراز می کند که نفس جهان ترکیب و واسطه بین ذات لایتغیر جهان متافیزیکی و وجود متغیر جهان فیزیکی است. این نفس، ایجاد واسطه، توسط آفریننده، به زیربخش هایی متناسب و هم آهنگ تقسیم شده است و به صورت یک نوار بلند شکل داده شده است. آنگاه این نوار به قسمت هایی تقسیم شد.

- ۱ اول آفریننده [یک قسمت از کل را جدا کرد و کنار گذاشت
- ۲ و سپس قسمت دیگری را دو برابر قسمت اول
- ۳ قسمت سومی سه برابر اولی
- ۴ قسمت چهارمی دو برابر دومی
- ۹ قسمت پنجمی سه برابر سومی
- ۸ قسمت ششمی هشت برابر اولی

هفت عدد صحیح بدست آمده؛ ۱، ۲، ۳، ۴، ۸، ۹ و ۲۷، از واحد، مبدأ همه اعداد، اولین عدد زوج و اولین عدد فرد، و مربع ها و مکعب های آنها تشکیل شده اند. آنها را می توان به صورت دو تصاعد مرتب کرد؛ تصاعد هندسی از ۲ (چپ) و تصاعد هندسی از ۳ (راست):

واحد	۱	نقطه
اولین عدد زوج و اولین عدد فرد	۲ ۳	خط
مربع ها	۴ ۹	سطح
مکعب ها	۸ ۲۷	جسم

این لاندای افلاطون نامیده می شود، زیرا شبیه حرف یونانی λ است.

بی درنگ پس از تشریح لاندای افلاطون نشان می دهد که ضرب ۲ و ۳ همه اعداد در دستگاه موسیقی فیثاغورثی با ضرب متوالی در پنجم ها ($3/2$) حاصل می شود. او از یک میانگین حسابی و یک میانگین هم آهنگ برای تولید عدد در هشتم ها، چهارم ها، و پنجم های مسلسل موسیقی استفاده می کند. در واقع، در موسیقی با افزودن میانگین های حسابی و هم آهنگ بین دو نهایت نسبت های دوگانه، هشتم های دوگانه، حاصل می شوند و تصاعد موسوم به تناسب موسیقی، یعنی ۱، $4/3$ ، $3/2$ و ۲ که به ترتیب نشان دهنده فرکانس های بنیادی، چهارم، پنجم و هشتم می باشند، را بدست می دهد.

برای مثال، برای اولین فاصله

$$3/2 = (1+2)/2 = \text{میانگین حسابی}$$

میانگین هم آهنگ دو عدد برابر است با معکوس میانگین حسابی معکوس های آنها. برای ۱ و ۲، معکوس ها برابر ۱ و $1/2$ هستند، که میانگین حسابی آنها $2 \div (1 + 1/2) = 3/4$ می شود. بنابراین،

$$4/3 = \text{میانگین هم آهنگ}$$

با در نظر گرفتن فاصله بین چهارم ($4/3$) و پنجم ($3/2$) به عنوان یک پرده کامل

$$9/8 = 3/2 \div 4/3 = 3/2 \times 3/4$$

افلاطون آنگاه گام را با فواصل $9/8$ ، پرده، پر می کند؛ بنابراین، از این فواصل تنها یک قسمت با فاصله $256/243$ ، نیم پرده، باقی می ماند.

افلاطون گام موسیقی را با محاسبات حسابی تولید کرد، و نه با تقسیم سیم مرتعش بر اساس تناسبات مختلف آن گونه که فیثاغورثیان عمل کردند.

اعتقاد بر این است که فیثاغورثیان گام موسیقی را با آزمایش بر روی یک سیم کشیده شده همراه با یک خرک متحرک ساختند. برای یک سیم که به دو قسمت مساوی تقسیم شده است میانگین هم آهنگ بین $1/2$ و ۱ برابر $2/3$ ، پنجم موسیقی، است و میانگین حسابی بین $1/2$ و ۱ برابر $3/4$ ، چهارم موسیقی، است. این تصاعد ۱، $3/4$ ، $2/3$ ، $1/2$ را بدست می دهد. آنها عبارتند از

هشتم $1/2$ یا $8/16$

پنجم ۲/۳ یا ۴/۶
چهارم ۳/۴ یا ۹/۱۲

در مقایسه این دو تصاعد، معکوس بودن نسبت ها و در موقعیت مخالف قرار داشتن میانگین های حسابی و هم آهنگ روشن است (جدول ۱) (لولر، ص ۹۷).

جدول ۱: مقایسه بین تناسبات موسیقی از دیدگاه ارتعاش و طول سیم (لولر، ص ۹۷)

	نت	میانگین هم آهنگ (چهارم)	میانگین حسابی (پنجم)	هشتم
ارتعاش	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2
	6	8	9	12
طول سیم	12	9	8	6
	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
	نت	میانگین حسابی (چهارم)	میانگین هم آهنگ (پنجم)	هشتم

نزد فیثاغورثیان منظومه شمسی از ده سیاره تشکیل شده بود که در مدارهای دایره ای دور یک آتش مرکزی می چرخیدند. سیاره ها بر حسب فاصله شان از مرکز اصوات هم آهنگ تولید می کردند. فواصل بین سیاره ها مطابق تقسیمات یک سیم کشیده شده بود. این *Musica Mundana* نامیده می شد، که معمولاً به موسیقی افلاک ترجمه می شود. اصوات تولید شده به قدری لطیف هستند که گوش های معمولی قادر به شنیدن آن نمی باشند. این موسیقی در همه سیکل ها و ریتم های طبیعت مانند دوره های زیست شناسی، فصول و حرکات سیارات حاضر است. در جمهوری در *افسانه ار*^۱، افلاطون با احترام به فیثاغورث در باره کیهان می نویسد (دوره آثار افلاطون، ج ۲، ص ۱۰۳)، "بر بالای هر یک از دایره های آن سیرنی^۲ (موجودی که سرزن و تن مرغ دارد) ایستاده بود که با گردش های آن می گردیدند، و از هر یک صدایی به گوش می رسید، و صداها چنان با یکدیگر هماهنگ بودند که از ترکیب آنها آهنگی موزون پدیدار می آمد،" و وی، در تیمائوس، توضیح می دهد که مدارهای آسمان مطابق نسبت های موسیقی تقسیم شده اند. در آنجا او تشکیل مسیره های دایره ای برای ستارگان توسط آفریننده را شرح می دهد، "شکلی را که به این نحو پدید آمده بود از درازا برید و به دو قسمت تقسیم کرد و این دو قسمت را از وسط صلیب وار به هم بست به طوری که آن دو با هم شکل \times را به وجود آورند. سپس هر یک از آن دو را خم کرد و به شکل دایره درآورد و در نقطه مقابل تقاطعشان هر یک را با خود و هردو را با یکدیگر به هم بست ... از این دو دایره یکی دایره بیرونی و دیگری دایره درونی گردید."

1. Er
2. Sirena

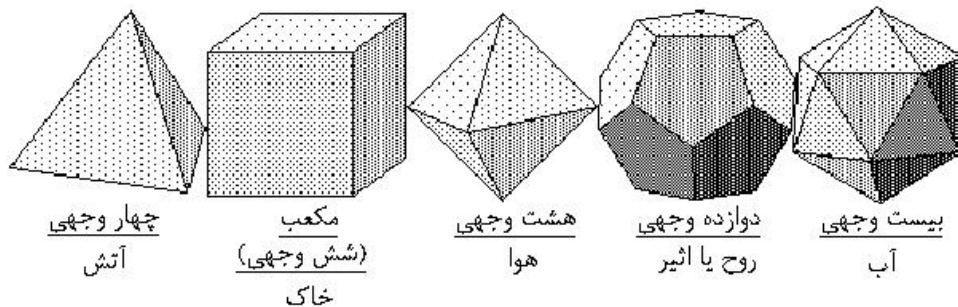
کیپلر (۱۶۳۰-۱۵۷۱ میلادی) در *هارمونی جهانی* (ص ۱۸۶) می نویسد که آرزو می کند "بنای شکوهمند دستگاه هم آهنگ گام موسیقی را بنا کند ... همان گونه که خدا، خود آفریننده، آن را در هماهنگ کردن حرکات آسمانی بیان کرده است." و سپس، "من می پذیرم که هیچ صوتی به خارج پخش نمی شود، ولی به طور قطع می گویم ... که حرکات سیارات بر اساس تناسبات هم آهنگ تنظیم شده است."

دستگاه تناسبات بر اساس نسبت های موسیقی

معمار رنسانس لئون باتیستا آلبرتی^۱ (۱۴۷۲-۱۴۰۴ میلادی) در ده کتاب معماری (ص ۲۳۹) می نویسد، "امن [از حقیقت گفته فیثاغورث متقاعد شده ام، که طبیعت بی تردید به صورت سازگار عمل می کند ... من نتیجه می گیرم که همان اعدادی که توسط آنها مطابقت اصوات بر گوش های ما تأثیر خوش می گذارد همان ها به چشم ها و ذهن های ما نیز لذت می بخشند." این در موافقت با عقیده افلاطون است که آن نسبت هایی که برای گوش خوشایند هستند برای چشم نیز خوشایند می باشند. بنابراین نسبت های موسیقی رابطه نزدیکی با هنر یا معماری دارند، و آنها را می توان به عنوان اساس طرح های هنری در نظر گرفت.

اجسام افلاطونی

در تیمائوس، افلاطون روشی را که آفریننده الهی از آن طریق جهان دیدنی را ساخت شرح می دهد. پنج عنصر به اجسام بنیانی، که اجسام افلاطونی نامیده می شوند، نسبت داده می شوند. اینها تنها چند وجهی های منتظم ممکن هستند که وجوه آنها چند ضلعی های منتظم و یکسان می باشند: چهار وجهی با چهار وجه به شکل مثلث متساوی الاضلاع، مکعب با شش وجه مربع شکل، هشت وجهی با هشت وجه به شکل مثلث متساوی الاضلاع، دوازده وجهی با دوازده وجه به شکل پنج ضلعی منتظم، و بیست وجهی با بیست وجه به شکل مثلث متساوی الاضلاع (شکل ۱).



شکل ۱: اجسام افلاطونی

1. Leon Battista Alberti

عناصر مرتبط با اجسام افلاطونی

افلاطون، در تیمائوس (دوره آثار افلاطون، ج ۳، ص ۹۱)، نشان می دهد که عناصر بنیانی جهان خاک، هوا، آتش و آب هستند. او چهار عدد از اجسام افلاطونی را با چهار عنصر مربوط می کند؛ مکعب با خاک، بیست وجهی با آب، چهار وجهی با آتش و هشت وجهی با هوا، "کنون می خواهیم چهار شکلی اجسامی را که با بیان خود تشریح کردیم میان چهار عنصر، یعنی آتش و خاک و آب و هوا تقسیم کنیم ... خاک دارای شکل مکعب است زیرا در میان اجسام چهارگانه از همه بی حرکت تر است، و جسمی که دارای چنین خاصیتی است به ناچار باید بر پایه و قاعده استوارتری قرار گرفته باشد، سنگین ترین آنها (بیست وجهی) را به آب نسبت می دهیم، سبک ترینشان (چهار وجهی) را به آتش، و میانگین (هشت وجهی) را به هوا."

افلاطون راجع به یک شکل پنجم معین که توسط آفریننده در آفریدن جهان استفاده شده است می نویسد، "هنوز یک شکل پنجم باقی می ماند، که خدا از آن برای آراستن صور فلکی روی همه آسمان استفاده کرد." منظور او از آراستن صور فلکی، ظرف یا کل است که دوازده وجهی با دوازده وجه است که هر وجه به صورت یک پنج ضلعی منتظم می باشد. دوازده وجه به منطقه البروج و کل کیهان ارتباط دارد. نسبت زرین بر شکل پنج ضلعی حاکم است که برای فیثاغورثیان نماد به وجود آوردن کیهان، روح یا اثر است. بنابراین، دوازده وجهی مرتبط با عنصر پنجم/اثر یا آسمان یا کیهان بود (شکل ۱).

هندسه مقدس در طبیعت

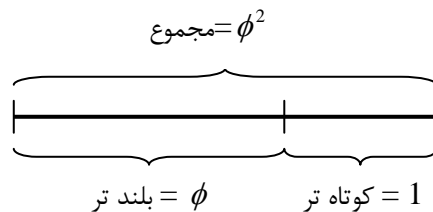
در طبیعت، فرایند اشکال را در غالب ساختارهای هندسی و تناسبات، می توان در کوچکترین ذرات تا کهکشان ها پیدا کرد. در کوچک ترین ذره نیز راز هستی به شکلی خارق العاده نهفته است و در آن تمامی خصوصیات کهکشان جای داده شده است. حیات با شکل های هندسی در هم آمیخته است، زوایای پیوستگی های اتمی در مولکول ها، شکل کروی سلول که خود با یک تصاعد هندسی از یک به دو به چهار به هشت و تعداد بیشتری مولکول توسعه می یابد، مارپیچ های DNA، و الگوهای شبکه ای کریستال ها از بارزترین نمونه های آن می باشند.

هندسه تمرین اشکال از طریق اندازه گیری و روابط بین آنها است، که به وسیله آن هر شکل می تواند از یک شکل پیشین، یعنی صور نوعی هندسی، آشکار شود. همچنان که افلاطون بیان کرد، حقیقت از اعیان ثابت، یا ذات مطلق، ساخته شده است، که جهان دیدنی تنها یکی از انعکاسات آن است. حواس انسان نمی توانند این قلمرو متافیزیکی را درک کنند. هندسه از اشکال دیدنی استفاده می کند تا این اعیان ثابت را توضیح دهد. هندسه مقدس یگانگی نهفته در همه اشکال هندسی و ارتباط جدانشدنی جزء با کل را پدیدار می کند، و بدین گونه تبلور وحدت و مبنای مقدس همه مخلوقات است.

آلبرتی در ده کتاب معماری (ص ۳۲۷)، زیبایی طبیعی اشکال را توضیح می دهد و معتقد است که زیبایی مطابقت اجزاء تشکیل دهنده با قانون طبیعت است. "مردم باستان ... اصولاً در کارهایشان تقلید از طبیعت را، به عنوان بزرگترین هنرمند در همه اقسام ترکیبات، در نظر داشتند." برای آلبرتی، قانون طبیعت قانون تناسبات و تطابق همه جانبه اجزاء در درون همه طبیعت است، " ... قانون این تناسبات به بهترین نحو در ترکیباتی استنباط می گردد که در آنها مشخص می شود که طبیعت خود کامل ترین و قابل تحسین ترین عناصر است ... طبیعت بی تردید به صورت سازگار عمل می کند، و در همه فعالیت هایش یک تناسب ثابت وجود دارد."

نسبت زرین

نسبت زرین (که تناسب زرین، میانگین زرین، نسبت الهی، تناسب الهی، برش مقدس، یا به سادگی (نسبت) ϕ نیز نامیده می شود) یک نسبت مافوق عقلی یا متعالی است که در اشکال بنیادی پیدا می شود: گیاهان، گل ها، ویروس ها، DNA، صدف ها، سیارات و کهکشان ها. این نسبت معمولاً با حرف یونانی ϕ نشان داده می شود، که این به خاطر فیدياس^۱ (حدود ۵۰۰-۴۳۲ ق.م)، مجسمه ساز آتنی و مدیر هنری ساخت پارتنون^۲ است، که اعتقاد بر این است که از نسبت زرین در کارش استفاده نمود. گرچه نسبت زرین قبل از هر چیز یک تناسب است، و نه یک عدد، از نظر کمی برابر $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ تقریباً مساوی ۱/۶۱۸ می باشد. نسبت زرین نسبت منحصر بفرد دو قسمت است وقتی که نسبت قسمت بزرگتر به قسمت کوچکتر مساوی نسبت قسمت کوچکتر به علاوه قسمت بزرگتر به قسمت بزرگتر است (شکل ۲). این نسبت نماد تولد دوباره و تصاعد و بسط از واحد است چون هر تولد مرتبط با وجود قبل از خود است. نسبت زرین تقسیم کامل واحد است.

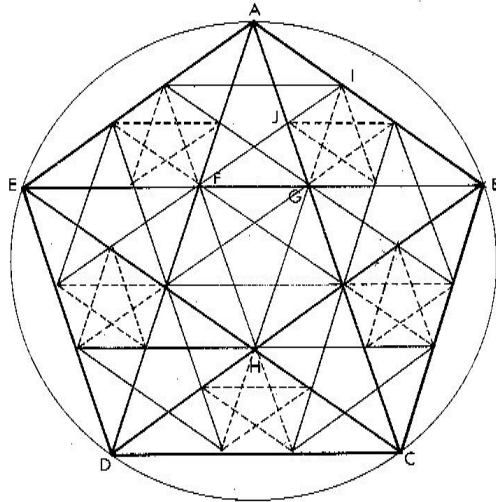


شکل ۲: نسبت زرین

نسبت زرین دارای ویژگی های منحصر بفردی است:

- $\phi = 1 + 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / \dots)))))) \dots$
- $(1 / \phi) + 1 = \phi; 1 + \phi = \phi^2; \phi + \phi^2 = \phi^3; \phi^2 + \phi^3 = \phi^4; \dots$
- نسبت قسمت ها در پنج ضلعی و پنج رأسی (ستاره پنج پر) که برای افلاطون و فیثاغورث مقدس بودند (شکل ۳). دوازده وجه جسم افلاطونی دوازده وجهی (شکل ۱) به شکل پنج ضلعی هستند که شامل نسبت زرین است، به همین دلیل افلاطون این شکل را معادل کیهان در نظر گرفت. در هر پنج رأسی هر قسمت بزرگتر (یا کوچکتر) مرتبط با نسبت ϕ است، به طوری که یک سری توانی از نسبت زرین با توان های متوالی صعودی (یا نزولی) به صورت خودکار تولید می شود: $\phi, \phi^2, \phi^3, \phi^4, \phi^5, \dots$.
- قاعده کلی بدن انسان از نسبت زرین تشکیل شده است.

1. Phidias
2. Parthenon



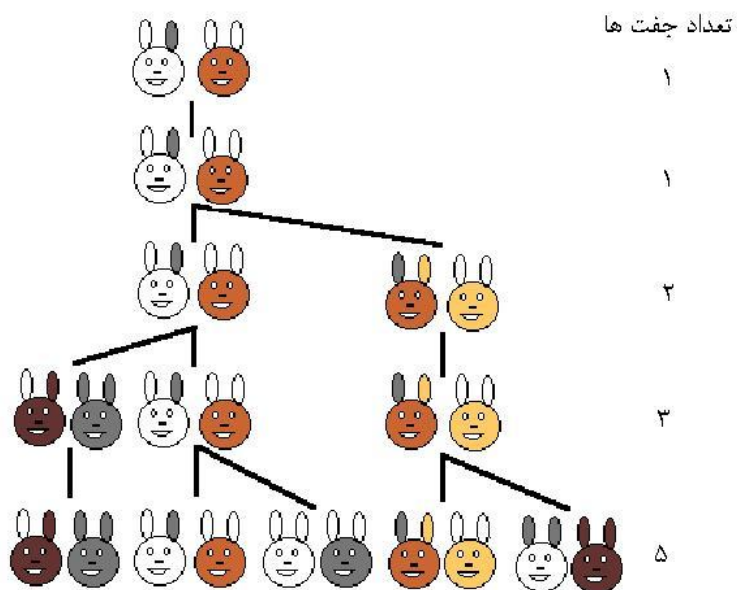
$$AB = 1, EG = FB = 1, EB = \phi (1.618), GB = \phi - 1 = 1/\phi (0.618), \\ GI = FG = 1 - 1/\phi (0.382), FG = 1/\phi^2 (0.382), JG = 1/\phi^3 (0.236)$$

شکل ۳: نسبت زرین در پنج ضلعی و پنج رأسی

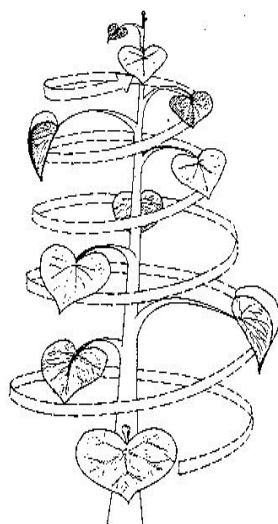
• ϕ = نسبت جزء های مجاور در سری فیبوناچی وقتی که در بینهایت محاسبه شود. سری فیبوناچی یک مجموعه از اعداد است که با ۱ و ۱ شروع می شود و هر جزء بعدی مساوی مجموع دو جزء قبلی است، یعنی ... ۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ۵۵، ۸۹، ۱۴۴. سری فیبوناچی^۱ (ریاضی دان ایتالیایی، ۱۱۷۰-۱۲۴۰م) در نسبت تعداد قسمت های مارپیچ در گل آفتابگردان، در تسلسل تاریخی تعداد جمعیت های خرگوش (شکل ۴)، در ترتیب قرارگیری برگ های دور یک شاخه (شکل ۵)، و خیلی جاها در طبیعت که الگوهای خودجوش در حال فعالیت هستند یافت می شود. رابطه بین دو عدد متوالی از این سری به سمت ϕ میل می کند.

نسبت زرین ϕ خوشایندترین تناسب زیبایی شناسی است. در طول تاریخ هنر و معماری هنرمندان سنتی نسبت الهی را به عنوان اندازه مقدس و تناسب زیبایی شناسی اختیار کردند تا روح را در ماده مجسم کنند. این نسبت در هرم بزرگ در مصر وجود دارد (شکل ۶). یونانیان الوهیت را در معبد دل فی جستجو می کردند. فیثاغورث در معابد مدرسه رازآموزی مصر در شهر باستانی فی-لا-دل-فی^۲ وارد شد. طرح پارتنون در آکروپولیس^۳ نزدیک آتن در طراحی توسط مستطیل زرین احاطه می شود و شامل تعداد زیادی مستطیل زرین است (شکل ۷).

1. Fibonacci Series
2. Phidadelphia
3. Acropolis

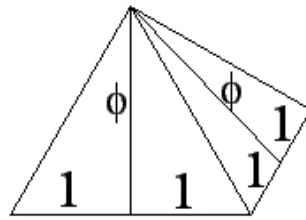


شکل ۴: سری فیبوناچی در تسلسل تاریخی تعداد جمعیت های خرگوش

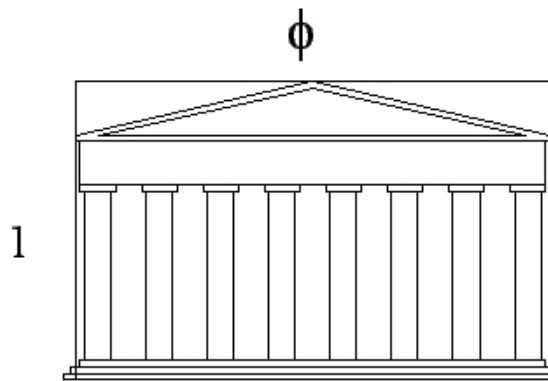


شکل ۵: سری فیبوناچی در توزیع برگ ها در اطراف یک شاخه مرکزی: ۳ برگ در ۵ دور، ۵ برگ در

۸ دور



شکل ۶: هرم بزرگ و نسبت زرین



شکل ۷: پارتنون، نسبت زرین

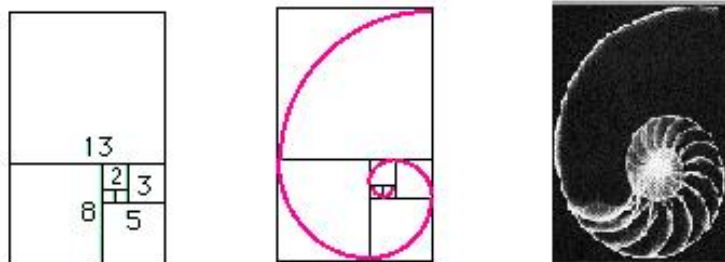
مارپیچ ها

به عنوان یک واقعیت ریاضی، تمام شکل هایی که به گونه فراگستر رشد می کنند تقاطع هایی را به وجود می آورند که بر اساس آن مارپیچ ها می توانند ساخته شوند. مارپیچ ایجاد شده توسط یک شبکه تکرار شونده از مستطیل های زرین (مستطیل هایی با اضلاع با طول نسبی ۱ و ϕ ، یا جزء های متوالی در سری فیبوناچی) را می توان در محل های بیشماری در طبیعت یافت؛ در یک مار حلقه شده، در تنه فیل، در پیچ و خم لایه داخلی گوش، و در شکل صدف *نوتیلوس پومپیلیوس*^۱، که برای آنها تناسبات یکسانی برای هر قسمت که اضافه می شود مورد استفاده قرار می گیرد (شکل ۸).

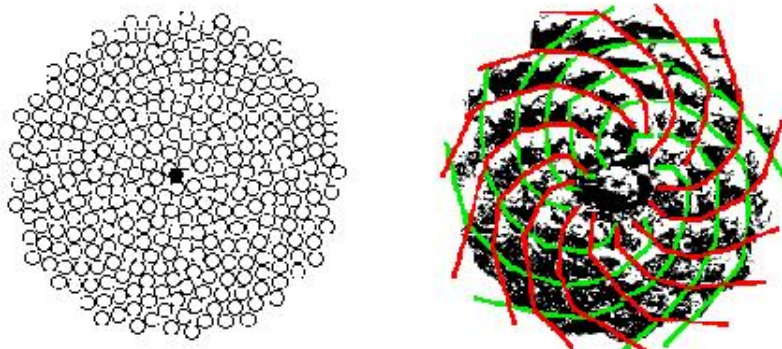
این مارپیچ در الگوهای رشد بسیاری از گیاهان وجود دارد. برای مثال، در گل آفتابگردان توزیع دانه ها بر اساس مارپیچ های میانگین زرین است. تعداد ۵۵ مارپیچ در جهت حرکت عقربه های ساعت روی تعداد ۳۴ یا ۸۹ مارپیچ در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت قرار گرفته اند که این اعداد متعلق به سری فیبوناچی می باشند (شکل ۹).

برای فیثاغورثیان این شکل نماد پویایی تولد موزون کیهان است، و عشق جهانی را نشان می دهد. در معماری ایرانی، الگوهای اسلیمی بر اساس مارپیچ های بالا رونده با توالی اجزاء شکل با اشاره بر ایده لایتناهی و کثرت، و کنایه از آفرینش جهان، قرار دارند. حرکات هماهنگ و موزون الگوهای تکرار شونده اسلیمی بازگشت به وحدت را بیان می کنند (شکل ۱۰).

1. Nautilus pompilius



شکل ۸: نوتیلوس پومپیلیوس، مارپیچ میانگین زرین



شکل ۹: توزیع دانه در گل آفتابگردان و میوه کاج بر اساس مارپیچ زرین



شکل ۱۰: اسلیمی به عنوان ماریچ کیهانی، سیر به سوی وحدت از طریق کثرت، مدرسه چهار باغ، اصفهان، ۱۱۱۸-۱۱۲۶ق

هندسه مقدس در معماری ایرانی

معماری سنتی کیهان را در ابعاد زمینی آن نمایش می دهد. در یک بنای معماری همه ابعاد، هم در تمامیت آن (ارتفاع، طول و عرض) و هم در اجزاء آن (شامل الگوهای سطحی هندسی)، به هم پیوسته اند و هرگز جدای از هندسه نیستند. از آنجایی که انسان در تناسب مشترکی با طبیعت سهیم است، معمار سنتی از هندسه برای کاوش بیشتر در پدیده های طبیعت استفاده می کند تا ذهن مکاشفه گر را از جهان محسوس به جهان معقول هدایت کند.

هندسه نقشی اساسی در طراحی بناهای معماری ایرانی ایفا می کند. از دیدگاه عملکرد خارجی، استفاده از هندسه به عنوان هنر برای خلق اشکال، الگوها و تناسب معمار بزرگ جهان را به یاد می آورد و صور خاصی را فرا می خواند. بنابراین هنر هندسه یک عنصر کلیدی برای ایجاد ارتباط بین ساختمان و ایده هایی است که سازنده در ذهن داشته است. از دیدگاه عملکرد داخلی، هندسه به عنوان علم برای انتخاب ابعاد سازه ای مانند ارتفاع، طول و عرض ساختمان و اجزاء سازه ای آن بر رفتار سازه ای ساختمان حاکم است، رفتاری که از هندسه تبعیت می کند. هندسه درست باعث می شود که ساختمان دارای رفتار مناسب و متعادل ایستا باشد.

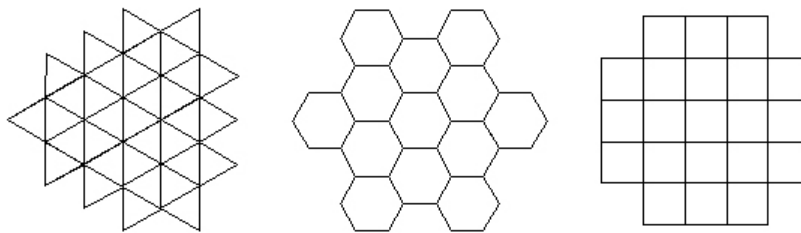
تحقیقات جامعی به جنبه های ماورای طبیعی (اردلان و بختیار، بختیار، بورکهارت^۱، نصر، علم در اسلام، نظر متفکران اسلامی در باره طبیعت، نیاز به علم مقدس) و ریاضی (بابین^۲، بوزجانی، پوپ و اکرمین^۳، حجازی، دیولافوی^۴، غیاث الدین، فارابی، کرسول^۵، کریچلو^۶ ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶) معماری ایرانی اختصاص یافته اند که به کمک آنها می توان قسمتی از دانش ژرف به کار رفته در معماری سنتی ایران را آشکار نمود.

هندسه مقدس در الگوها

برای معمار سنتی الگوهای هندسی مانند صورت های کثرت در وحدت هستند. الگوهای تکرار شونده نماد ایده لایتناهی و بی زمانی هستند. زیبایی و هماهنگی ای که در الگوهای هندسی مشاهده می شود یک نظم هندسی بالاتر و عمیق تر، یعنی قوانین کیهانی را منعکس می کند. انسان روحانی در صدد کشف الگوهای هندسی به عنوان وسیله درک و رسیدن به خداوند می باشد.

ریاضیات الگوهای هندسی دوبعدی

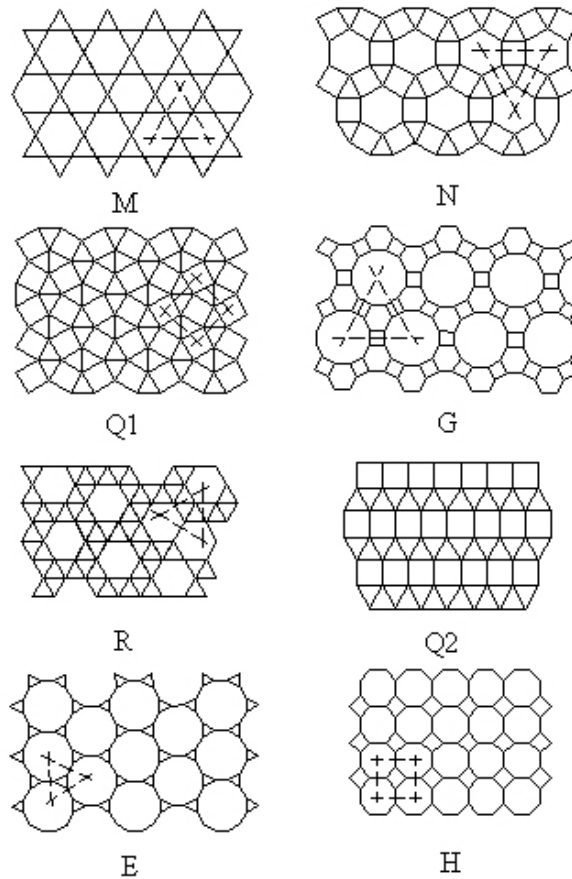
در معماری ایرانی الگوهای هندسی به عنوان مفاهیم فضایی برای پر کردن سطوح مورد استفاده قرار می گیرند؛ الگوها یا نقشمایه ها در کنار هم رشد می کنند تا یک سطح را بپوشانند. اگر در نظر باشد که یک سطح مسطح با اشکال یا چند ضلعی های منتظم پوشانده شود، به طوری که هیچ فضایی بین نقاط تلاقی رئوس باقی نماند، آن چند ضلعی های منتظم کدامند؟ از لحاظ ریاضی می توان نشان داد که فقط سه چندضلعی منتظم، معروف به الگوهای منتظم سطح مسطح، وجود دارد که یک سطح را دقیقاً پر می کند به صورتی که مجموع رئوس ۳۶۰ درجه می شود: مثلث، مربع، و شش ضلعی (شکل ۱۱).



شکل ۱۱: سه الگوی منتظم که دقیقاً یک سطح دو بعدی را پر می کند

1. Burckhardt
2. Babin
3. Pope and Ackerman
4. Dieulafoy
5. Creswell
6. Kritchlow

ترکیبات این سه چند ضلعی منتظم تعداد هشت الگوی نیمه منتظم که در آنها رئوس در همه حالات یکسان هستند (شکل ۱۲) و تعداد چهارده الگوی ربع منتظم که در آنها رئوس تغییر می کنند را تشکیل می دهد. اینها الگوهای فضا پرکن اصلی هستند، که به آنها موزاییک، شبکه یا الگوی مشبک نیز گفته می شود (کریچلو ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶).



شکل ۱۲: هشت الگوی نیمه منتظم، اقتباس از کریچلو ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶

فرض کنید

n = تعداد اضلاع هر چند ضلعی منتظم

$$\text{زاویه داخلی هر رأس هر چند ضلعی} = \frac{n-2}{n} 180^\circ$$

$$\text{تعداد چنین چند ضلعی هایی در هر رأس} = \frac{360}{((n-2)/n)180} = 2 + \frac{4}{n-2}$$

برای داشتن یک عدد کامل برای n بزرگتر از ۲ باید $n = 3, 4, 6$ به ترتیب برای مثلث، مربع و شش ضلعی

می توان نشان داد که دور یک رأس کمتر از سه یا بیشتر از شش چند ضلعی نمی تواند باشد. رابطه زیر برای چند ضلعی های اطراف یک رأس صادق است

$$(1) \quad 6 \leq \text{تعداد ممکن چند ضلعی ها دور یک رأس} \leq 3$$

بنابراین،

$$\text{برای ۳ چند ضلعی} \quad \left(\frac{n_1-2}{n_1} + \frac{n_2-2}{n_2} + \frac{n_3-2}{n_3}\right)180^\circ = 360^\circ$$

(۲)

یا

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = \frac{1}{2} \quad \text{برای ۳ چند ضلعی} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} = 1 \quad \text{برای ۴ چند ضلعی} \quad (4)$$

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} = \frac{3}{2} \quad \text{برای ۵ چند ضلعی} \quad (5)$$

$$\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} + \frac{1}{n_6} = 2 \quad \text{برای ۶ چند ضلعی} \quad (6)$$

می توان دید که هفده راه حل ممکن برای اعداد کامل، همان طور که در جدول ۲ نشان داده شده است، وجود دارد. سه تایی که با علامت ستاره مشخص شده اند، K، P و S، را می توان حذف کرد زیرا آنها اولین و تنها حل های کاملاً منظم هستند: سه شش ضلعی، چهار مربع و شش مثلث بر رأس. A، B، C، D، E و J فقط در یک نقطه اتفاق می افتند و یک الگوی پیوسته که یک سطح کامل را بپوشاند تولید نخواهند کرد، و بنابراین می توانند کم شوند. پس فقط هشت حالت باقی می ماند. از دیدگاه تقارن اینها را می توان به هشت الگوی نیمه منظم که رؤوس آنها در همه حالات یکسان هستند (شکل ۱۲، جدول ۳)، و به چهارده الگوی ربع منظم که در آنها رؤوس تغییر می کنند (جدول ۴) تقسیم کرد.

جدول ۲: هفده الگوی ممکن از مثلث، مربع یا شش ضلعی، اقتباس از کریچلو ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶

کد حرف	وجوه						کد حرف	وجوه					
	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6		n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
A	3	7	42				*K	6	6	6			
B	3	8	24				L	3	3	4	12		
C	3	9	18				M	3	3	6	6		
D	3	10	15				N	3	4	4	6		
E	3	12	12				*P	4	4	4	4		
F	4	5	20				Q2	3	3	3	4	4	
G	4	6	12				R	3	3	3	3	6	
H	4	8	8				*S	3	3	3	3	3	3
J	5	5	10										

جدول ۳: هشت الگوی نیمه منتظم، اقتباس از کریچلو ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶

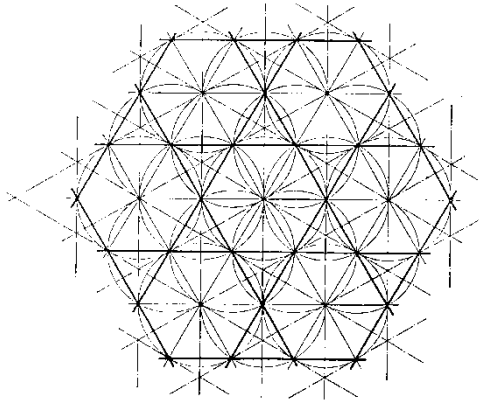
شماره جدید	کد حرف	وجوه				
		n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
1	M	3	6	3	6	
2	N	3	4	6	4	
3	Q^1	3	3	4	3	4
4	G	4	6	12		
5	R	3	3	3	3	6
6	E	3	12	12		
7	H	4	8	8		
8	L	3	3	4	12	

جدول ۴: چهارده الگوی ربع منتظم، اقتباس از کریچلو ۱۹۷۰ و ۱۹۷۶

شماره	کد حروف*	وجوه					وجوه					وجوه					
		n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
1	E+L	3	1	1			3	4	3	1							
			2	2					2								
2	L+(1)	3	3	4	1						3	3	3	3	3	3	
					2												
3	L+ Q^1	3	4	3	1		3	3	4	1	3	4	3	3	4		
					2				2								
4	N+G	6	4	3	4		1	6	4								
							2										
5	L+ Q^1 +(1)	3	3	4	1		3	4	3	3	4	3	3	3	3	3	
					2												
6	M+ M^1	3	6	3	6		6	6	3	3							
7	N+ Q^1	4	3	4	6		3	4	3	3	4						
8	N+ Q^2 + Q^1	4	3	6	4		3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	
9	Q^1 +(1)						4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	
10	Q^1 +(1)						3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	
11	Q^2 + Q^1 +(1)	3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	
12	Q^2 + Q^1 +(1)	3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	
13	N^1 +N	4	4	3	6		4	3	4	6							
14	N+ Q^2	4	3	4	6		3	3	3	4	4						

* (۱) = الگوی منتظم

در معماری ایرانی از الگوهای هندسی به صورت گسترده ای استفاده شده است. شکل ۱۳(الف) الگوی نیمه منتظم شماره ۱ (M)، ترکیبی از مثلث ها و شش ضلعی ها، را نشان می دهد. در شکل ۱۳(ب) الگوی مشابهی در کاشیکاری در مسجد جامع یزد (قرن هشتم ق) استفاده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۳: الگوی شبکه کاشی نیمه منتظم، مسجد جامع، یزد، قرن هشتم ق

ویژگی های مکانیکی الگوهای معماری ایرانی

در شکل ۱۴ تزیینات کاشی (در مسجد جامع اصفهان، قرن نهم ق)، در (در امامزاده اسماعیل اصفهان، قرون نهم و یازدهم ق) و پنجره (در مدرسه چهار باغ اصفهان، ۱۱۱۸-۱۱۲۶ ق) بر اساس الگوهای ریاضی نشان داده شده است. در طراحی درها و پنجره های چوبی، الگوهای ریاضی قادر می سازند که قطعات چوب به صورت اقتصادی مورد استفاده قرار گیرند و اجازه می دهند که کل ترکیب خود را با تغییرات درجه حرارت و رطوبت تطبیق دهد. برای در کنار هم قرار دادن قطعات چوب نیازی به سیم، چسب یا پیچ نمی باشد.

ایده های افلاطونی در الگوهای معماری ایرانی

یادآوری می شود که پنج ضلعی، شامل نسبت زرین، شکل وجوه جسم افلاطونی دوازده وجهی است (شکل ۱)، که نماد کیهان یا اثیر می باشد. پنج ضلعی در ارتباط متقابل با پنج رأسی (شکل ۳) و مارپیچ (شکل ۸) می باشد و همه اینها نماد وجود کیهان، عشق جهانی و تجدید حیات می باشند (شکل ۱۵). این مفاهیم را می توان از طریق الگوهای معماری اسلامی ایران توضیح داد.

شکل ۱۶ یک ترکیب از الگوهای هندسی و خطاطی با استفاده از کاشی در دیواری در مسجد جامع یزد را نشان می دهد. همان طوری که کریچلو (۱۹۷۶، ص ۸۷) در مورد الگوی هندسی مشابهی در مسجد جامع اصفهان بیان می کند، این شکل ده عدد پنج ضلعی محیطی، با یک پنج رأسی (ستاره پنج پر) در داخل، را نشان می دهد که به صورت متقارن دور یک ستاره ده پر قرار گرفته اند، و پرهای این ستاره بر اساس تناسب میانگین زرین با ضلع پنج ضلعی مرتبط می باشند. نام مقدس محمد (ص)، انسان کیهانی یا الهی، حول یک ستاره پنج پر چرخیده است.

می توان به عبارات کریچلو این را اضافه نمود که عدد پنج، که با ستاره پنج پر (پنج رأسی) که بر روی دو پا ایستاده است نشان داده شده است، نماد انسان کامل است. نام محمد از پنج رأسی (انسان) دعوت می کند که به عنوان یک انسان کامل تجدید حیات نماید. عدد ده، که با ده ضلعی خارج و ده رأسی (ستاره ده پر) داخل نشان داده شده است، نماد بازگشت به وحدت است. تمام الگو اشاره بر این دارد که آفرینش یک دگرگونی متقابل پیوسته بین انسان الهی، ازلی و نوع بشر است. انسان الهی پیوسته منسجم می شود، و الوهیت خود را در ماده به گونه ای منعکس می کند تا قابل ادراک شود. انسان فقط یک جزء تشکیل دهنده جهان نیست، بلکه هدف اولیه و مرحله غایی آفرینش است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۴: تزیین بر اساس الگوهای ریاضی: (الف) کاشی، مسجد جامع، اصفهان، قرن نهم ق؛ (ب) در، امامزاده اسماعیل، اصفهان، قرون نهم و یازدهم ق؛ (ج) پنجره، مدرسه چهار باغ، اصفهان، ۱۱۱۸-۱۱۲۶ ق



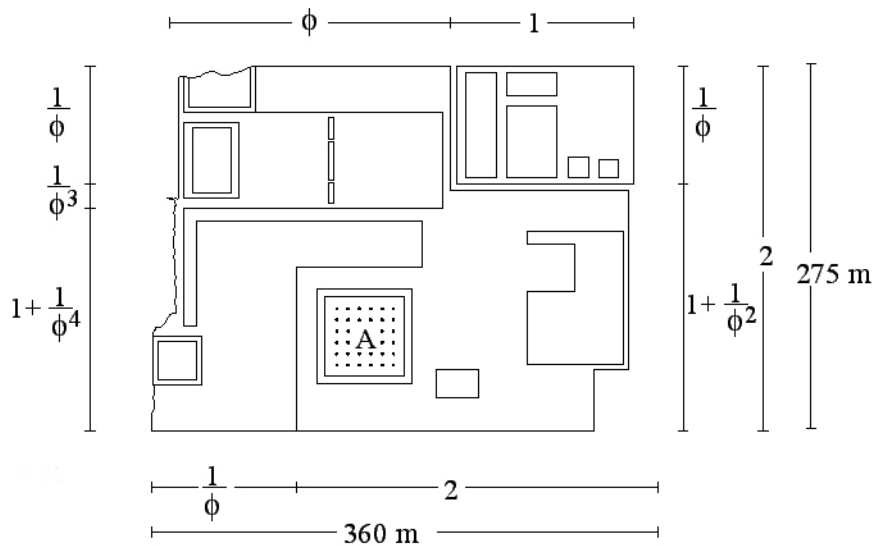
شکل ۱۵: پنج ضلعی، پنج رأسی و ماریچ همه شامل نسبت زرین هستند و تجدید حیات کیهانی را نشان می دهند



شکل ۱۶: ترکیب الگوهای هندسی و خطاطی، اشاره بر هندسه مقدس و انسان کیهانی، مسجد جامع، یزد، قرن هشتم ق

تحلیل هندسی بناهای تاریخی

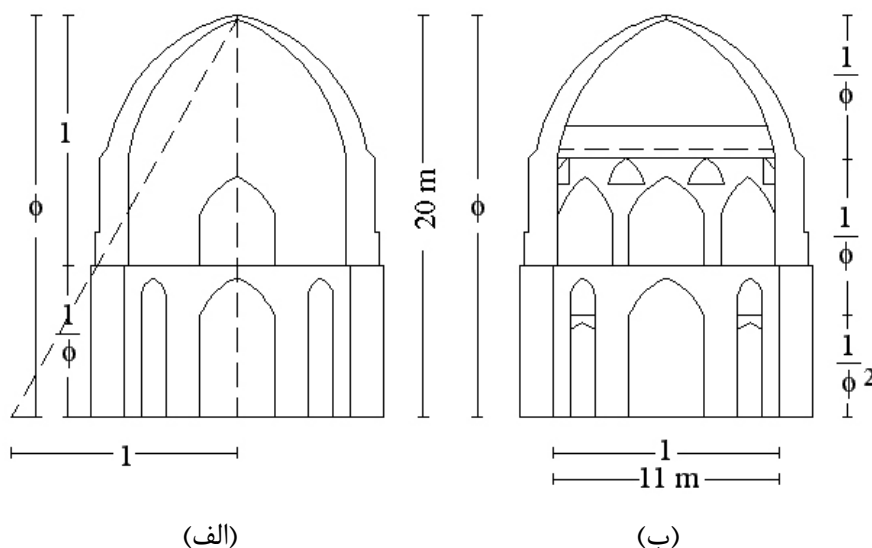
تحلیل هندسی بسیاری از بناهای تاریخی ایرانی ثابت کرده است که از دانش کاملی از تناسبات، به ویژه نسبت زرین، به طور وسیعی در معماری ایرانی استفاده شده است و این اساس زیبایی شناسی ایرانی بوده است. در بسیاری از بناهای ایرانی پلان و مقطع قائم در چهارچوبی از مربع ها و مثلث های متساوی الاضلاع طراحی می شد که محل تقاطع آنها همه نقاط ثابت مهم، نظیر عرض و ارتفاع درها، عرض، طول و ارتفاع سالن ها، موقعیت کتیبه ها و غیره، را مشخص می کرد. بنابراین، اندازه هر قسمت به وسیله تناسب معینی به هر قسمت دیگر مرتبط بود. بنابراین، یک ساختمان مجموعه ای از اجزای غیر متجانس نبود، بلکه ترکیبی هماهنگ و موزون از اجزای با ارتباطات متناسب بود که به فضا حرکت و به چشم آرامش می داد. برای مثال، تحلیل هندسی نشان می دهد که دانش کاملی از نسبت زرین در پلان تخت جمشید (۵۱۸-۳۳۰ ق.م)، همان طور که در شکل ۱۷ نشان داده شده است، به کار رفته است.



شکل ۱۷: تخت جمشید، ۳۳۰-۵۱۸ پیش از میلاد، استفاده از نسبت زرین در پلان، اقتباس از حجازی (ص ۲۰)

نسبت زرین در طراحی هندسی گنبد تاج الملک مسجد جامع اصفهان (۴۸۱ق) به گونه ای شگفت آور به کار رفته است. قطر خارجی گنبد ۱۱/۷ m است. ارتفاع آن از تراز زمین ۲۰ m می باشد. ضخامت پوسته گنبد از پایه به سمت رأس کاهش می یابد. شرودر (پوپ و اکرم، ص ۲۰۱) توصیفی عالی از بنا ارائه می دهد، "این زیباترین سازه در ایران است... در هر یک از این جنبه ها [زیبایی شناسی، هندسه و مکانیک] بنا جالب توجه است." او ویژگی های زیبایی شناسی و هندسی این بنای تاریخی را به طور کامل تشریح می کند. او کاربرد استادانه نسبت زرین، به طوری که قسمت کوچکتر در پایین است، را در ابعاد گنبد و گنبدخانه نشان می دهد. تحلیل هندسی وی اثبات می کند که معمار بنا یک پنج ضلعی، که در بین اضلاع یک مثلث متساوی

الاضلاع بزرگ که رأس آن نوک گنبد است رسم می شود، را به عنوان نمادی برای نسبت اختیار نموده است؛ و تناسبات مقطع زرین ابعاد هر جزء در سازه، نظیر نوک گنبد، ارتفاع تمام ناحیه انتقال از پایه به گنبد، نوک قوس هشت ضلعی، نوک قوس اصلی پایینی، ارتفاع قوس های کناری پایینی و ارتفاع پنجره، را تعیین می کند (شکل ۱۸ الف)). حائر اهمیت است که یکی از نقشمایه های اصلی در تزیینات آجری داخل گنبد یک مثلث و شکل لوزی است، که نقشی کلیدی برای همه دستگاه تطبیق های هندسی بازی می کند. به طریق دیگری می توان نشان داد که قانون نسبت زرین، به گونه ای که قسمت کوچکتر در بالا باشد، قابل کاربرد در سازه است. به عنوان شق دیگر اندازه مستطیل زرین که مقطع قائم گنبد در آن قرار می گیرد می توانسته است به عنوان پیمون توسط معمار مورد استفاده قرار گیرد. این مستطیل زرین مشخص را می توان به صورت تکراری از گنبد به سوی پایه و سپس به سوی سایر اجزاء بنا ترسیم نمود؛ که از آن ماریچ میانگین زرین تولید می شود (شکل ۱۸ ب)).

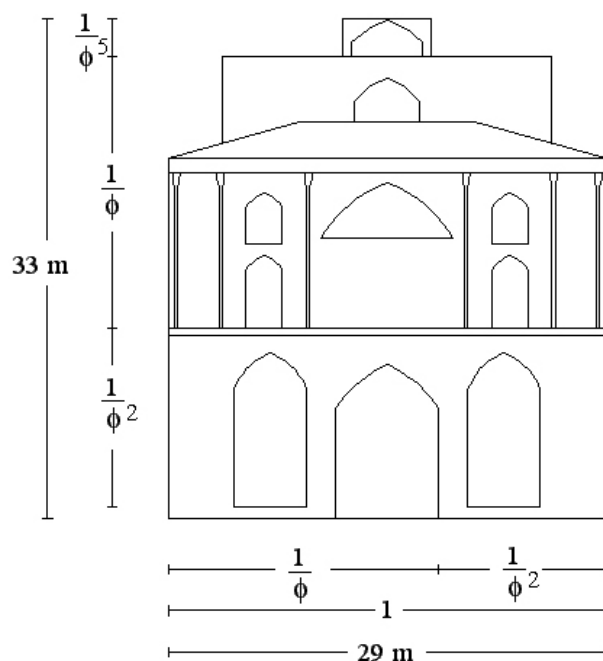


شکل ۱۸: گنبد تاج الملک و نسبت زرین، اصفهان، ۴۸۱ هجری: (الف) تحلیل شرودر (پوپ و اکرمین، ص ۲۰۱)؛ (ب) پیشنهاد حجازی (ص ۲۸)

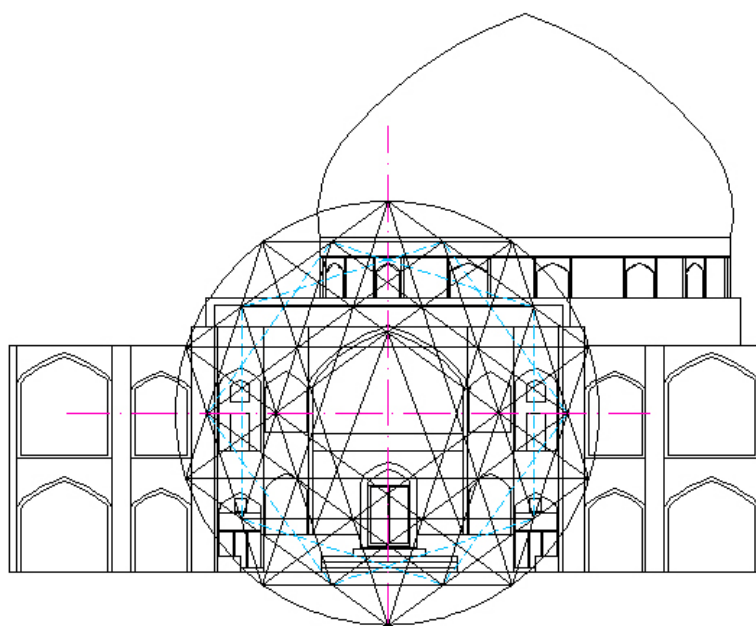
از بعد زیبایی شناسی، ساختمان عالیقاپو در اصفهان (۱۰۰۶-۱۰۷۹ ق) کاربرد نسبت زرین در معماری را نشان می دهد. در صورتی که عرض ساختمان به عنوان واحد در نظر گرفته شود، نقاط مهم نظیر گوشه های ورودی اصلی به ساختمان و ارتفاعات طبقات مختلف نسبت هایی از نسبت زرین را به دست می دهند (شکل ۱۹).

تحلیل هندسی انجام گرفته توسط کاظم حاجی قاسمی (ص ۳۱) در مورد مسجد شیخ لطف الله در اصفهان (۱۰۱۲-۱۰۳۹ ق)، کاربرد شگفت انگیز هندسه در طراحی نمای بنا را نشان می دهد (شکل ۲۰). در اینجا دوباره نسبت زرین (نسبت قسمت های مختلف در یک پنج ضلعی منتظم) در ساختمان قابل جستجو است. دو پنج ضلعی منتظم، که یک ستاره ده پر را می سازند، همه ابعاد مهم نظیر ارتفاع و عرض در ورودی، موقعیت

و ابعاد قوس های اصلی و جانبی، حدود ازاره و پله ها، ابعاد پنجره بالای در ورودی، قاب های کاشیکاری شده، و خط زمین را تعیین می کنند.



شکل ۱۹: عالیقاپو، اصفهان، ۱۰۰۶-۰۷۹ق، استفاده از نسبت زرین، اقتباس از حجازی (ص ۳۵)



شکل ۲۰: مسجد شیخ لطف الله، اصفهان، ۱۰۰۱-۰۲۸ق، تحلیل هندسی، اقتباس از حاجی قاسمی (ص

(۳۱)

رابطه بین هندسه و ویژگی های سازه ای

در قلمرو بناهای تاریخی ایرانی بی معناست اگر کیفیات سازه ای نظیر مقاومت، سختی و پایداری به عنوان معیارهای اصلی و تعیین کننده طراحی در نظر گرفته شوند. از دیدگاه یک معمار سنتی، گرچه او از نیروها، تنش های ایجاد شده و خرابی های سازه ای کاملاً آگاه است، محاسبه تنش در درجه دوم اهمیت قرار دارد. این عملکرد عناصر سازه ای است که از شکل کلی بنا پیروی می کند، هم چنانکه خود شکل بدون عملکرد درست هیچ مفهومی ندارد. هر تحلیل (تنش) سازه ای و بررسی و تأیید ساختمان های تاریخی هنگامی موجه است که فقط بخشی، و در راستای، تحلیل کامل ساختمان ها شامل ویژگی های هندسی، طبیعی و ماوراءالطبیعی باشد. بعید است که یک ساختمان تاریخی یافت شود که قوانین ساختمانی و طراحی سازه ای آن بر اساس آیین نامه های مدرن مهندسی سازه نادرست باشد. اگر قسمتی از یک ساختمان معیوب به نظر رسد، این باید به بدفهمی از عملکرد سازه ای ساختمان یا عدم کفایت قوانین مدرن برای ارزیابی رفتار ساختمان نسبت داده شود. تحلیل مدرن سازه ای بناهای تاریخی ابزار دیگری برای کشف دانش ژرف سازندگان ماهر سنتی در کارهایشان، و بهبود بخشیدن به تئوری های مدرن سازه ها و بنا نهادن معیارهای طراحی نو می باشد.

به عنوان یک اصل اساسی در هنر ساختمان سازی سنتی، عملکرد و پایداری یک ساختمان از هندسه آن پیروی می کند؛ یک هندسه کامل پایداری را تضمین می نماید. این اصل را می توان در بسیاری از بناهای تاریخی ایران مشاهده کرد.

طراحی بهینه سازه های چوبی

نشان داده شده است که طراحی سازه ای سازه چوبی بنای عالیقاو به صورت نسبتاً بهینه انجام شده است و بر اساس آیین نامه های نوین یک شاهکار است (حجازی، ص ۱۰۱-۱۱۱). این طراحی بهینه رابطه نزدیکی با نسبت زرین به کار گرفته شده در ابعاد کل بنا دارد (شکل ۱۹).

شکل گنبد های با مصالح بنایی بدون کشش و خمش

از گنبد تاج الملک با هندسه شگفت آورش، شامل نسبت زرین و مارپیچ میانگین زرین، نام برده می شود، که تعدادی از محققان رفتار سازه ای آن را، با پیش بینی ویژگی های سازه ای استثنایی، بررسی کرده اند. مهدی فرشاد (ص ۸۴) نشان می دهد که برای بارگذاری وزن ابعاد گنبد تاج الملک دقیقاً در فرمول های شکل منحنی نصف النهاری و تغییر ضخامت گنبد های با مصالح بنایی بدون تنش های کششی و نیروهای خمشی صدق می کند. معادلات تعادل برای پوسته های دورانی با بار متقارن عبارتند از

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_{\varphi}) - rN_{\theta} \cos \varphi = -p_{\varphi} r r_1$$

(۷)

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\theta}}{r_2} = p_r \quad (۸)$$

که در آن به ترتیب φ و θ زاویه های نصف النهاری و مداری، N_{φ} و N_{θ} نیروهای نصف النهاری و مداری، r شعاع دایره عمود بر محور دوران، r_1 و r_2 شعاع های نصف النهاری و محیطی، p_{φ} و p_r مؤلفه های بار خارجی

بر واحد سطح در جهت های φ و r هستند (شکل ۲۱). برای بار وزن، یعنی p (بر واحد سطح)، N_φ همواره فشاری است، بنابراین با حذف N_θ ، یعنی $N_\theta = 0$ ، در نواحی که ممکن است این نیرو کششی شود، روابط مربوط به تغییرات ضخامت نصف النهاری h و شعاع r پوسته به ترتیب خواهند شد

$$h = h_0 r^{1/\nu} \quad (9)$$

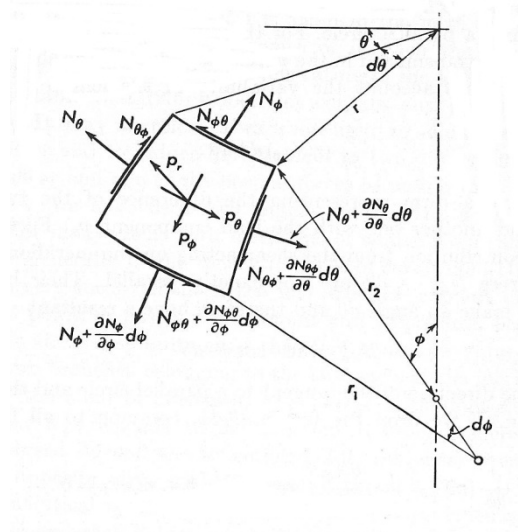
$$r^2 = -\frac{2A}{ph} \ln \frac{1 + \sin \varphi}{\cos \varphi} + B \quad (10)$$

که در آن h_0 و ν ضخامت مرجع و ضریب پواسون، و A و B مقادیر ثابت هستند که می توانند بر اساس شرایط مرزی به دست آیند. شکل منحنی نصف النهاری گنبد کامل از لحاظ تئوریک و شکل گنبد تاج الملک در شکل ۲۲ نشان داده شده اند. نزدیکی بین دو شکل شگفت آور است.

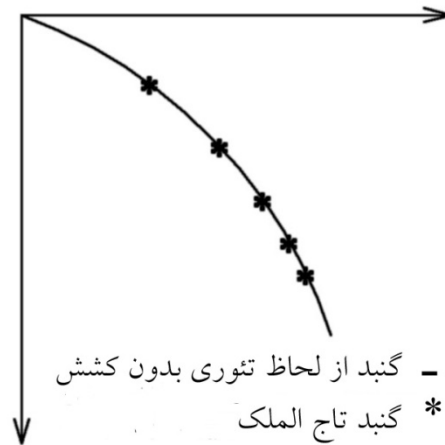
روش المان های محدود وسیله ای برای تأیید مطالب فوق الذکر می باشد. تحلیل سازه ای گنبد، به روش المان های محدود، نشان می دهد که تنش های ناشی از دستگاه نیروهای خمشی در مقایسه با دستگاه نیروهای غشایی نه تنها برای بار وزن، بلکه برای باد و درجه حرارت و از آن مهم تر برای اثرات دینامیکی زلزله ناچیز و قابل اغماض اند (شکل ۲۳).

تحلیل المان های محدود گنبد تاج الملک ثابت می کند که اگر شکل های مقطع متفاوت یا تغییرات ضخامت نصف النهاری متفاوتی برای پوسته گنبد استفاده می شدند اندازه تنش ها و نیروهای ایجاد شده در گنبد افزایش می یافتند و طراحی دیگر کامل نبود.

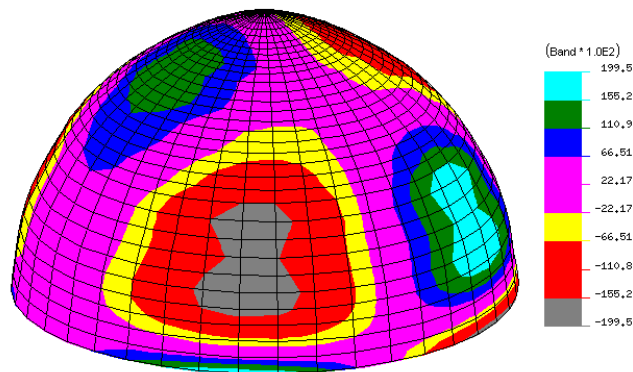
از لحاظ زیبایی شناسی، هندسی، معماری و سازه ای گنبد تاج الملک گنبد ایده آل است. در این بنا تمایزی بین هندسه (شکل یا هنر) و ریاضیات (عملکرد سازه ای یا علم) وجود ندارد. این بنا اتحاد کامل هندسه و پایداری است. در اینجا هنر و علم تبدیل به معماری می شوند.



شکل ۲۱: المان پوسته



شکل ۲۲: مقایسه شکل منحنی نصف النهاری گنبد کامل از لحاظ تئوریک و شکل گنبد تاج الملک، اقتباس از حجازی (ص ۶۵)



شکل ۲۳: گنبد تاج الملک، تنش مداری σ_θ ناشی از بار زلزله خیلی کمتر از تنش های مجاز است

رابطه بین نسبت زرین و الگوهای ترک در شکل های دایره ای

معماران ایرانی همواره نسبت به استفاده از شکل های دایره ای در ساختن قوس ها، طاق ها و گنبدهای باربر بی علاقه بوده اند زیرا در این شکل ها در یک زاویه نصف النهاری مشخص ترک های لولایی ایجاد می شود که به شکست و فرو ریختن سازه می انجامد. در مواردی که آنان از این شکل استفاده می کردند، شعاع شکل را در فاصله ای کافی قبل از زاویه نصف النهاری $51^{\circ}50'$ تغییر می دادند تا از نیروهای کششی پرهیز نمایند. حل معادله تعادل برای گنبد کروی تحت بار وزن نشان می دهد که این زاویه ای است که در آنجا علامت نیروی مداری N_{θ} از منفی (فشاری) به مثبت (کششی) تغییر می کند، یعنی $N_{\theta} = 0$. مصالح بنایی مقاومت کششی ندارند و بنابراین ترک در این زاویه اتفاق می افتد (شکل ۲۴). برای یک گنبد نیمه کروی با شعاع r تحت وزن p (بر واحد سطح)، می توان نشان داد که

$$N_{\theta} = pr \frac{1 - \cos \varphi - \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

(۱۱)

نیروی مداری در اندازه ای از φ که از رابطه زیر به دست می آید تغییر علامت می دهد

$$1 - \cos \varphi - \cos^2 \varphi = 0 \quad (12)$$

که نتیجه می دهد

$$\cos \varphi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\phi}$$

(۱۳)

یا

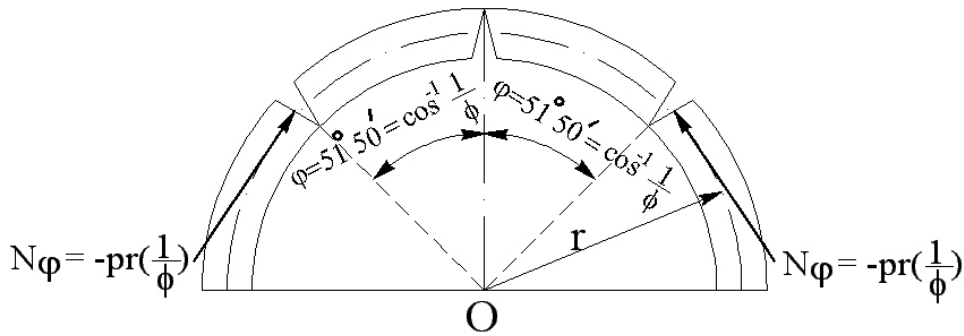
$$\varphi = 51^{\circ}50'$$

(۱۴)

جالب است اگر نیروی نصف النهاری N_{φ} در این زاویه محاسبه گردد تا نشان داده شود که به طور معکوس با نسبت زرین متناسب است

$$N_{\varphi} = -pr \frac{1}{1 + \cos \varphi} = -pr \left(\frac{1}{\phi} \right) \quad (15)$$

این زاویه و نیروی نصف النهاری را می توان به ترتیب زاویه زرین و نیروی زرین نامید. بنابراین، زاویه نصف النهاری که بر اساس نسبت زرین تعیین می شود محل بحرانی برای پایداری یک گنبد کروی، یا قوس یا طاق دایره ای است.



شکل ۲۴: الگوی ترک ایجاد شده بر اساس نسبت زرین در یک قوس دایره ای تحت بار وزن

از مشاهده موارد مربوط به بنای عالیقاپو و گنبد تاج الملک می توان نتیجه گرفت که پایداری رابطه مستقیمی با خصوصیات هندسی یک ساختمان دارد. دوباره نسبت زرین (نسبت های هندسی) بر پایداری (مکانیک) تفوق دارد.

نتیجه گیری

پیروزی معماری ایرانی از ادراک کامل آن از اهمیت اساسی استفاده از علم و هنر بهره مند است. تمرین هندسه مقدس، در هر دو بعد علمی و هنری، یک ویژگی ذاتی معماری ایرانی است که بر آن اساس این شیوه معماری سنتی توسعه یافته است. معماری ایرانی آینه ای است که زیبایی الهی را منعکس می کند، آن زیبایی که خود مقدس است، و به عنوان یک به هم پیوستگی هماهنگ از تناسبات عقلی تنها می تواند از طریق الگوهایی منعکس گردد که دقیقاً بر اساس تناسبات درست ساخته شده باشند. هندسه مقدس ابزار قدرتمندی است برای خلق تناسبات درست در معماری جهت ایجاد مطابقت بین آسمان و زمین. هندسه مقدس و تناسباتی که در بسیاری از اشکال حیات در طبیعت یافت می شوند به طرز استادانه ای توسط معمار سنتی ایرانی به کار گرفته شده اند تا یک شیوه معماری سنتی ساخته شود که حاکی از روش های طراحی درست و مهندسی صحیح باشد. در بسیاری از سازه های سنتی هندسه پایداری را تعیین می کند. معماری ایرانی هندسی کردن مقدس زیبایی الهی است.

منابع

- بوزجانی، ابوالوفا، هندسه ایرانی کتاب تجارت، تصحیح علیرضا جذبی، سروش، تهران، ۱۳۶۹ش.
 حاجی قاسمی، کاظم، «هندسه پنهان در نمای مسجد شیخ لطف الله»، صفه، شماره های ۲۱ و ۲۲، تهران، ۱۳۷۵، ص ۲۹-۳۳.
 دوره آثار افلاطون، ج ۲، جمهوری، ترجمه محمد حسن لطفی، چاپ دوم، گلشن، تهران، ۱۳۶۷ش.
 دوره آثار افلاطون، ج ۳، تیمائوس، ترجمه محمد حسن لطفی، چاپ دوم، گلشن، تهران، ۱۳۶۷ش.
 غیاث الدین، جمشید بن مسعود، رساله طلاق و ازج، ترجمه علیرضا جذبی، سروش، تهران، ۱۳۶۶ش.
 فارابی، محمد بن محمد، احصاء العلوم، ترجمه حسین خدیو جم، بنیاد فرهنگ ایران، تهران، ۱۳۴۸ش.
 لولر، رابرت، هندسه مقدس: فلسفه و تمرین، ترجمه هایده معیری، انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۶۸ش.
 نصر، سید حسین، علم در اسلام، ترجمه احمد آرام، سروش، تهران، ۱۳۶۶ش.

-----، علم و تمدن در اسلام، ترجمه احمد آرام، چاپ دوم، خوارزمی، تهران، ۱۳۵۹ش.

-----، نظر متفکران اسلامی در باره طبیعت، چاپ سوم، خوارزمی، تهران، ۱۳۵۹ش.

-----، نیاز به علم مقدس، ترجمه حسن میاننداری، موسسه فرهنگی طه، تهران، ۱۳۷۹ش.

Alberti, L. B., *The Ten Books of Architecture*, Dover, New York, 1987.

Ardalan, N. L. and Bakhtiar, *The Sense of Unity: the Sufi Tradition in Persian Architecture*, The University of Chicago Press, Chicago, 1973.

Babin, C., "Note sur la Metrologie et les Proportions dans les Monuments Achemenides de la Perse", *Revue Archeologique*, 3(27), 1905, pp. 347-379.

Bakhtiar, L., *Sufi: Expressions of the Mystic Quest*, Thames and Hudson, London, 1976.

Burckhardt, T., *Art of Islam: Language and Meaning*, English tr. by J. P. Hobson, World of Islam Festival, London, 1976.

Creswell, K. A. C., "Persian Domes before 1400 A.D.", *The Burlington Magazine*, 26, 1914, pp. 146-155 and 208-213.

Dieulafoy, C., *Revue d'Architecture et des Travaux Publiques*, Paris, 1883.

Eves, H., *An Introduction to the History of Mathematics*, sixth edition, Brooks Cole, New York, 1990.

Farshad, M., "On the Shape of Momentless Tensionless Masonry Domes", *Building and Environment*, 12, 1977, pp. 81-85.

Hejazi, M., *Historical Buildings of Iran: their Architecture and Structure*, Computational Mechanics Publications (WIT Press), Southampton, 1997.

Kepler, J., *Epitome of Copernican Astronomy and Harmonies of the World*, English tr. by C. G. Wallis, Prometheus Books, New York, 1995.

Kritchlow, K., *Order in Space*, Thames and Hudson, London, 1969 (Viking, New York, 1970).

Kritchlow, K., *Islamic Patterns*, Thames and Hudson, London, 1976.

Pope, A. U. and P. Ackerman (ed.), *A Survey of Persian Art: from Prehistoric Times to the Present*, Oxford University Press, London and New York, 1938.

The Oxford English Dictionary, 2nd edn, 20 vols, Clarendon Press, Oxford, 1989.

Vitruvius, *Ten Books on Architecture*, English tr. By M. H. Morgan, Dover, New York, 1960.

Sacred Geometry in Nature and Persian Architecture

Mehrdad Hejazi

*Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan,
Hezar Jerib Street, Isfahan 81744, Iran*
Tel. +98-311-7934029; Fax. +98-311-7932089
E-mail address: m.hejazi@eng.ui.ac.ir & mm.hejazi@yahoo.com

Abstract

Nature displays profound preference for certain specific ratios to design her life-forms. These are geometric relationships that are transcendent and originated from Sacred Geometry. The view that geometry had a ritual origin is a part of a wider view that civilisation itself had a ritual origin, and therefore the history of utilisation of Sacred Geometry by man goes back to many centuries ago. The Pythagorean tradition, and the Egyptian and Babylonian sciences from which it derived, and Persian mathematics, a part of which reflects a Pythagorean intellectuality, are based on the sacred conception of numbers and their symbolism. In the traditional world, geometry was inseparable from the other sciences of the Pythagorean *Quadrivium*, namely arithmetic (numbers), music and astronomy. Traditional geometry is related to the symbolic configurations of space. Geometric forms such as the triangle, square and various regular polygons, the spiral and the circle are seen in the traditional perspective to be, like traditional numbers, as aspects of the multiplicity of the Unity.

Architecture itself has always had a sacred meaning to all traditional civilisations through millennia, by which means man has tried to provide for himself a manifestation of heavens. Persian architecture always emphasised on Beauty, and by means of Sacred Geometry Persians measured the proportions of heaven and reflected them in the dimensions of buildings on the earth. A comprehensive utilisation of proportions in Persian architecture, such as in the design of plans, elevations, geometric and architectural patterns, and mechanical and structural features, can be proved through geometrical analysis of Persian historical buildings.

In this paper, the sacred conception of geometry and its symbolism in the Pythagorean tradition, and Sacred Geometry and proportions in natural life-forms will be explained. The use of the science of geometry in design of a number of Persian historical buildings will be presented. The geometric factors upon which the design of these buildings, from both architectural and structural viewpoints, is made will be discussed.

Keywords: geometry, nature, Persian architecture, structure, Golden Proportion, design, aesthetics, sacred