

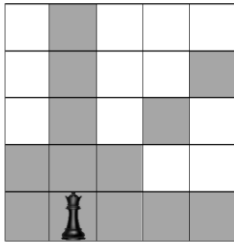
بسمه تعالی
خانه ریاضیات اصفهان

اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

سوالات ششم – مرحله دوم از مسابقه تیمی ریاضی (متر)

ردیف

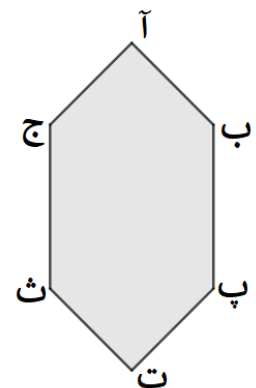
۱ در بازی شطرنج مهره‌ی وزیر می‌تواند به صورت عمودی، افقی و قطری حرکت کند. خانه‌هایی که وزیر می‌تواند به آنها حرکت کند در شکل خاکستری شده است.
در یک صفحه شطرنجی ۵ در ۵، کم‌ترین تعداد وزیر را طوری قرار دهید که پس از خاکستری کردن خانه‌هایی که هر وزیر می‌تواند به آنها حرکت کند، همه خانه‌ها خاکستری شده باشند.



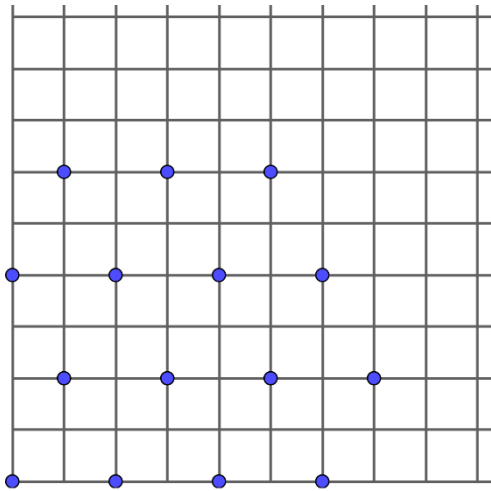
۲ در زمان خاصی هنگام غروب، خورشید به گونه‌ای قرار می‌گیرد که طول سایه ساختمان ۲/۵ برابر طول خود ساختمان خواهد بود. در مورد سه ساختمانی که در شکل می‌بینید ارتفاع بلندترین ساختمان ۱۴ متر و میانگین طول سه ساختمان ۱۲ متر است و اختلاف ارتفاع ساختمان کوچک و متوسط برابر ۲ متر است. در این هنگام طول سایه ساختمان متوسط چند متر خواهد بود؟



۳ پرستو و ارسطو در حال دوچرخه سواری در یک پارک هستند. در این پارک یک کتابخانه است که محیط آن به شکل شش ضلعی است. ۴ ضلع این شش ضلعی با هم برابر و دو ضلع دیگر آن نیز با هم برابرند. پرستو و ارسطو در جهت عقربه‌های ساعت دور این کتابخانه دوچرخه سواری می‌کنند. پرستو از نقطه ج شروع به حرکت کرده و ارسطو از نقطه ب. می‌دانیم ارسطو در هر دقیقه ۱۰۴ متر حرکت می‌کند و پرستو در هر دقیقه ۶۹ متر. هنگامی که هر یک از آنها ۴ ضلع از کتابخانه را طی می‌کنند، ارسطو ۳۰ ثانیه رکاب زده و پرستو ۴۰ ثانیه. محیط کتابخانه چقدر است؟



رباتی در یک صفحه مختصات به طول و عرض 30 دسی متر حرکت می کند. این ربات در هر نوبت به گونه ای حرکت می کند که یک دسی متر به راست یا چپ و دو دسی متر به بالا یا پایین حرکت می کند. این ربات در ابتدا در مبدا مختصات است. در شکل زیر قسمتی از صفحه مختصات و چند نمونه از مکان هایی که این ربات می تواند به آنها برسد را می بینید.

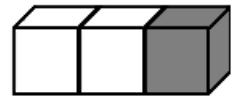


الف) سایر محل هایی که ربات در آنها متوقف می شود را در تصویر زیر مشخص کنید. چه الگوهایی را در آن می بینید؟

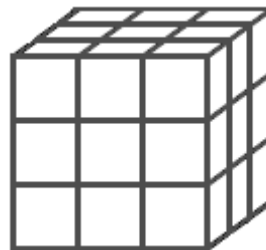
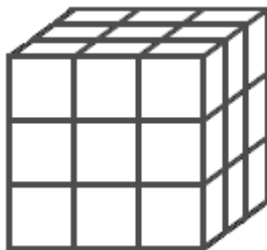
ب) آیا این ربات می تواند به نقطه $(30, 30)$ برسد؟ دلیل خود را توضیح دهید.

پ) ربات دیگری را در مبدا مختصات قرار می دهیم. این ربات در هر نوبت می تواند یک دسی متر به چپ، راست، بالا یا پایین حرکت کند. برای جلوگیری از برخورد دو ربات با یکدیگر، ربات دوم طوری حرکت می کند که در مسیرش از خانه هایی که ربات اول در آنها ممکن است بایستد، عبور نکند. در این صورت ربات دوم با چند حرکت می تواند خود را به خانه $(30, 30)$ برساند؟

می خواهیم با 9 مکعب مستطیل به شکل زیر یک مکعب بزرگ درست کنیم.

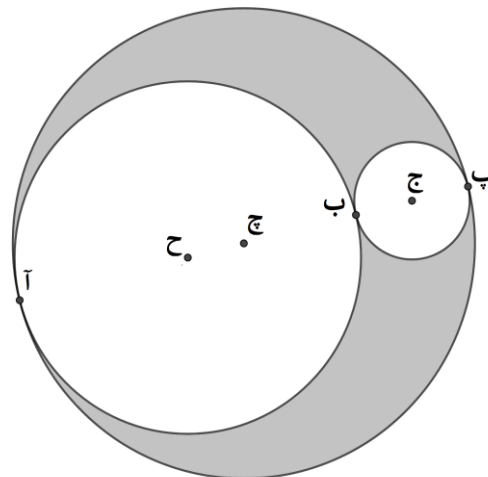


در شکل های زیر دو طرح مختلف از این مکعب ها را با رنگ کردن مکعب های خاکستری نشان بدهید به گونه ای که این دو مکعب را نتوان با چرخاندن به هم تبدیل کرد.



۶

در شکل زیر دو دایره در یک دایره بزرگ قرار گرفته‌اند به طوری که هر دو دایره فقط در یک نقطه با هم برخورد دارند. می‌دانیم نقطه ج وسط نقطه ب و پ است. همچنین نقطه چ مرکز دایره بزرگتر است. اندازه پاره خط آح $\frac{2}{5}$ اندازه پاره خط آپ است. در این صورت نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت دایره متوسط چقدر است؟



۷

نورا در تعطیلات نوروز یک بازی عددی طراحی کرد. او هر بار یک عدد طبیعی را در نظر می‌گیرد و سپس مراحل زیر را تکرار می‌کند:

گام ۱: مجموع ارقام عدد را به دست آور.

گام ۲: اگر مجموع ارقام کمتر از ۱۰ نیست به گام ۱ برو در غیر این صورت عدد را یادداشت کن.

مثلا برای عدد ۴۸۳ او در نهایت عدد ۶ را یادداشت می‌کند، زیرا در گام اول مجموع ارقام عدد ۴۸۳ برابر با ۱۵ است. چون این عدد کوچکتر از ۱۰ نیست، دوباره گام ۱ را برای عدد ۱۵ تکرار می‌کند. اینبار مجموع ارقام کوچکتر از ۱۰ است. پس عدد ۶ را یادداشت می‌کند.

$$4 + 8 + 3 = 15 \quad \rightarrow \quad 1 + 5 = 6$$

اگر نورا این بازی را برای اعداد کوچکتر یا مساوی ۱۴۰۳ انجام داده باشد در نهایت، کدام عدد کمتر یادداشت شده است؟

۸

فلش مموری (یا حافظه فلش)، ابزاری کوچک برای ذخیره و انتقال اطلاعات بین رایانه‌ها و دیگر محصولات دیجیتال است. هر فلش مموری ظرفیت مشخصی دارد اما ظرفیت قابل استفاده فلش مموری‌ها نسبت به آنچه که روی آن‌ها حک شده است کمی کمتر است، چون برای خواندن اطلاعات ذخیره شده در فلش‌ها، مقداری حافظه نیاز است.

الف) در جدول زیر میزان حافظه قابل استفاده مدل‌های مختلف فلش مموری U²USB را می‌بینید. به طور کلی، تقریباً چند درصد از حافظه فلش مموری U²USB قابل استفاده است؟

ظرفیت فلش مموری	ظرفیت قابل استفاده
۴ گیگابایت	۳/۷۲ گیگابایت
۸ گیگابایت	۷/۴۲ گیگابایت
۱۶ گیگابایت	۱۴/۸۶ گیگابایت
۳۲ گیگابایت	۲۹/۵ گیگابایت

ب) ایمان یک فلش مموری U²USB با ظرفیت ۸ گیگابایت دارد که در آن موسیقی و عکس ذخیره می‌کند (هر گیگابایت (GB) برابر با ۱۰۲۴ مگابایت (MB) است). در حال حاضر، آلبوم‌های موسیقی، ۴/۷۴ گیگابایت و عکس‌ها ۱/۴۸ گیگابایت فضای فلش ایمان را اشغال کرده‌اند. ایمان می‌خواهد یک آلبوم عکس را به حجم ۲/۵۸ گیگابایت، به فلش مموری خود منتقل کند؛ اما فضای خالی کافی برای این کار ندارد. او نمی‌خواهد هیچ یک از عکس‌هایی را که روی فلش مموری ذخیره کرده، حذف کند اما می‌تواند دو تا از آلبوم‌های موسیقی‌اش را پاک کند. وضعیت حجم هر یک از آلبوم‌های موسیقی ایمان به شرح زیر است:

شماره آلبوم	آلبوم ۱	آلبوم ۲	آلبوم ۳	آلبوم ۴	آلبوم ۵	آلبوم ۶	آلبوم ۷	آلبوم ۸
حجم	۸۵۰ MB	۶۰۰ MB	۷۶۰ MB	۵۴۰ MB	۳۸۰ MB	۶۴۰ MB	۶۰۰ MB	۱ GB

به چند طریق با حذف دو آلبوم موسیقی، امکان انتقال عکس‌های جدید به فلش مموری ایمان وجود دارد؟ پاسخ خود را به طور کامل بنویسید.

پ) طی چند هفته گذشته ایمان برخی از عکسها و موسیقی‌هایش را پاک کرده و تعدادی فایل جدید عکس و موسیقی به فلش مموری خود اضافه کرده است. وضعیت جدید فلش مموری ایمان به این صورت است: عکس ۳/۹۳ گیگابایت، موسیقی ۲/۶۳ گیگابایت. برای این وضعیت یک نمودار دایره‌ای بکشید.

