

بسمه تعالی  
خانه ریاضیات اصفهان

اسفندماه ۱۴۰۲

سوالات نهم - مرحله اول از مسابقه تیمی ریاضی (متر)

ردیف

۱ چند عدد طبیعی  $n$  وجود دارد که هم  $\frac{n}{3}$  و هم  $2n$  اعداد صحیح سه رقمی باشند.

۱

۲ آنایتا یک میله فلزی را به ۱۲ قسمت تقسیم کرده و با آن اسکلت یک مکعب مستطیل را مانند شکل زیر درست کرده است. مساحت سه وجه متفاوت از این مکعب مستطیل به ترتیب ۲، ۳ و ۲۴ دسی متر مربع است. طول میله فلزی چند متر بوده است؟



۲

۳ در یک خانواده ۱۰ فرزندی، برای هر مهمانی، هر بار فقط یکی از فرزندان می تواند انتخاب کند که به آن مهمانی برود یا نه. برای انتخاب آن فرزند، پدر و مادر تصمیم می گیرند قرعه کشی کنند به این صورت که ده فرزند نام های خود را بر ده تکه کاغذ نوشته و در کلاه پدر بیاندازند تا نام کسی که حق انتخاب دارد، مشخص شود. شهاب که از مهمانی رفتن خوشش نمی آید تصمیم می گیرد شانس خود را با نوشتن نامش بر دو تکه کاغذ افزایش دهد. اما درست پیش از بیرون آوردن کاغذ از کلاه متوجه می شود که بعد از بیرون کشیدن نام اول، نام دوم نیز بیرون کشیده می شود تا فرزند دارای حق انتخاب در مهمانی بعدی نیز مشخص شود. چقدر احتمال دارد دست شهاب رو شود؟

۳

۴

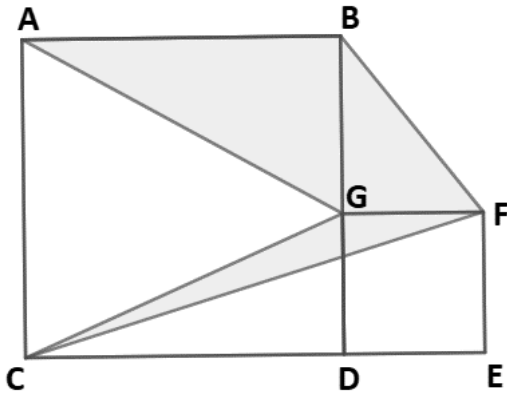
یک مجموعه ۵ عضوی از اعداد صحیح مانند  $A = \{a, b, c, d, e\}$  داریم. از این مجموعه زیرمجموعه‌های دو عضوی انتخاب می‌کنیم و حاصل جمع دو عضو هر زیرمجموعه را محاسبه می‌کنیم. اعدادی که محاسبه کرده‌ایم عبارتند از

۰ و ۱ و ۲ و ۴ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲

مجموعه  $A$  را مشخص کنید.

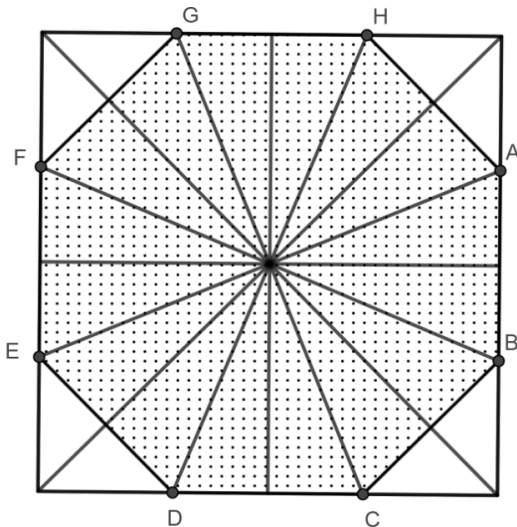
۵

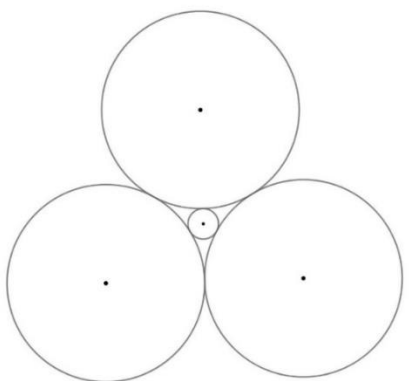
در شکل زیر چهارضلعی‌های  $ABCD$  و  $DEFG$  مربع هستند. اگر ضلع مربع بزرگ ۱۰ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت خاکستری چقدر است؟



۶

عیلرضا یک مربع همراه با قطرهای آن رسم کرد. سپس، عمود منصف‌های اضلاع را نیز کشید. بین هر قطر مربع و عمود منصف کنار آن یک زاویه وجود دارد که نیم‌ساز آن را نیز رسم کرد. از محل برخورد این نیم‌سازها با اضلاع مربع یک هشت‌ضلعی ایجاد شده است (شکل زیر). نشان دهید این هشت‌ضلعی منتظم است.



|   |          |
|---|----------|
| <p>۷</p> <p>مریم مربع یک عدد دو رقمی را به دست آورد. سپس مربع مقلوب آن عدد دو رقمی را نیز به دست آورد. در نهایت او، عددهای به دست آمده را از هم کم کرده است. عدد حاصل یک عدد مربع کامل شده است. عدد دو رقمی مریم چه بوده است؟ (مقلوب یک عدد دو رقمی از جابجا کردن یکان و دهگان به دست می‌آید).</p>  | <p>۷</p> |
| <p>۸</p> <p>فرض کنید برای هر <math>n</math> متعلق به اعداد طبیعی، مجموعه <math>A_n</math> شامل همه اعداد طبیعی باشد که بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان با <math>n</math> بزرگتر از یک باشد.</p> <p>الف) <math>A_1</math> و <math>A_2</math> را پیدا کنید.</p> <p>عدد طبیعی <math>n &gt; 1</math> را خوب می‌نامیم، هرگاه برای هر <math>x, y</math> متعلق به مجموعه <math>A_n</math> نیز <math>x+y</math> متعلق به <math>A_n</math> باشد.</p> <p>ب) آیا ۲ یک عدد خوب است؟ ۱۰ چطور؟</p> <p>ب) کدام اعداد زوج خوب هستند؟ چرا؟</p> <p>ت) کدام اعداد طبیعی خوب هستند؟ چرا؟</p> | <p>۸</p> |
| <p>۹</p> <p>در شکل زیر سه دایره به شعاع یک، دو به دو با یکدیگر مماسند و دایره کوچکی به شعاع ۲ نیز به هر یک از این سه دایره بزرگ مماس است. مقدار دقیق ۲ را تعیین کنید.</p>    | <p>۹</p> |
| <p>شاد و سلامت باشید!</p>   |          |