

بسمه تعالی
خانه ریاضیات اصفهان

اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

سوالات نهم - مرحله دوم از مسابقه تیمی ریاضی (متر)

ردیف

ثابت کنید هیچ مثلث قائم الزاویه‌ای با اضلاع طبیعی وجود ندارد که یکی از ضلع‌های آن برابر با ۱ باشد.

۱

۲ علی عدد ۱۰۸۹ را جادویی می‌نامد زیرا هر بار که یک عدد سه رقمی انتخاب کند، با انجام مراحل زیر به نتیجه یکسانی می‌رسد:

(۱) یک عدد سه رقمی انتخاب کنید.

(۲) ترتیب ارقام آن را برعکس کنید.

(۳) اختلاف اعداد گام ۱ و ۲ را به دست آورید.

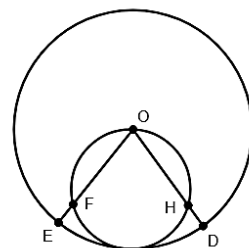
(۴) مقلوب عدد به دست آمده در گام ۳ را به دست آورید.

(۵) مجموع اعداد به دست آمده در گام ۳ و ۴ را بیابید.

اگر محاسباتتان را درست انجام داده باشید شما هم به جادویی بودن عدد ۱۰۸۹ پی برده‌اید. با ارائه استدلالی، توضیح دهید چرا چنین چیزی رخ می‌دهد.

۲

۳ در شکل زیر دایره کوچک بر دایره بزرگ مماس شده و O مرکز دایره بزرگ است. طول کمان‌های FH و ED را مقایسه کنید.



۳

۴

یک دسته شغال وارد یک باغ انگور با ۲۳۴ خوشه انگور شدند. نیمی از شغال‌ها هر خوشه انگور را در ۱ دقیقه و نیمی دیگر هر خوشه انگور را در ۲ دقیقه می‌خورند. هر شغال در یک وعده ۳ خوشه انگور می‌خورد و همه شغال‌ها بین هر دو وعده یک ربع استراحت می‌کنند. اگر خوردن تمام انگوره‌های باغ ۷۴ دقیقه طول بکشد تعداد شغال‌ها چقدر بوده است؟

۵

در ریاضی نماد ! (بخوانید فاکتوریل) برای اعداد طبیعی به این صورت تعریف می‌شود:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

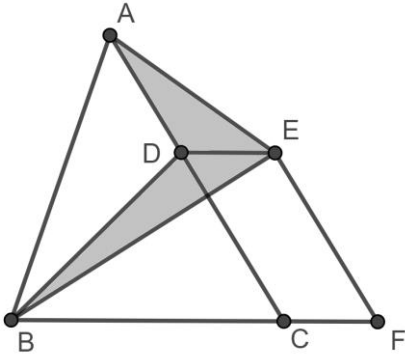
برای مثال ۴! برابر است با ۲۴.

الف) با توجه به این تعریف حساب کنید در ۱۰۰! چند صفر وجود دارد.

ب) به طور تقریبی حساب کنید ۱۰۰! چند رقم دارد؟ روشتان را به طور دقیق توضیح دهید.

۶

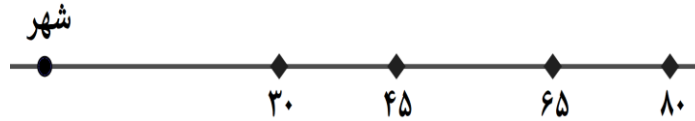
در شکل زیر مساحت مثلث ABC برابر است با ۱۲ سانتی متر مربع و چهارضلعی $CDEF$ متوازی الاضلاع است. اگر $BC=3CF$ ، مساحت ناحیه هاشورخورده را بر حسب سانتی متر مربع بنویسید.



۷

از یک دایره، قطاعی با زاویه مرکزی X جدا می‌کنیم. سپس با این قطاع و باقیمانده آن دو مخروط درست می‌کنیم. نسبت مساحت کل این دو مخروط چقدر است؟

در امتداد جاده‌ای چهار کارخانه به فاصله ۳۰، ۴۵، ۶۵ و ۸۰ کیلومتر از یک شهر قرار گرفته‌اند.



الف) قرار است در این جاده یک مرکز فوریت‌های پزشکی احداث شود به طوری که مجموع فاصله این مرکز تا هر چهار کارخانه حداقل مقدار ممکن باشد. در این صورت محل ساخت این مرکز باید در چند کیلومتری شهر ساخته شود؟

ب) اگر کارخانه دیگری در فاصله ۷۰ کیلومتری شهر در حال ساخت باشد و بخواهیم مجموع فاصله‌های این پنج کارخانه تا این مرکز کمترین مقدار باشد، این بار موقعیت مرکز را در چه فاصله‌ای از شهر قرار می‌دهید؟

پ) اگر به عنوان مسئول مکان‌یابی برای ساخت این مرکز باشید، به جز فاصله کارخانه‌ها، به چه عوامل دیگری توجه می‌کنید؟ توضیح دهید چگونه این عوامل را در روستان برای پیدا کردن یک موقعیت مناسب وارد می‌کنید.